

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
FACULDADE DE CIÊNCIAS ECONÔMICAS

DISCIPLINA: **Teoria dos Jogos**

Prof. **Sabino da Silva Porto Júnior**

**Curso de Verão – Janeiro/2011**

Monitor: Guilherme Rosa de Martinez Risco

E-mail para dúvidas: guilhermerisco@gmail.com

### **Lista de exercícios 1 – Incerteza**

1. Usando a teoria microeconômica, considere que um indivíduo possui uma série de alternativas para escolher. Assumindo que estão todas as alternativas possíveis listadas e são mutuamente exclusivas, é possível listá-las, formando um conjunto de possíveis escolhas. Relacionando essas opções entre si, é possível obter **relações binárias**. Explique:
  - a. O que significa uma relação binária ser completa?
  - b. O que significa uma relação binária ser transitiva?
  - c. Quais são os critérios para uma relação binária ser uma relação de preferência? E para essa relação de preferência ser uma função utilidade?
  
2. É possível utilizar uma função de von Neumann-Morgstern para representar as funções de preferência se são atendidos alguns pré-requisitos como:
  - a. A função de preferência deve ser \_\_\_\_\_ e \_\_\_\_\_.
  - b. Se for respeitado o axioma da dependência. Explique-o
  - c. Se for respeitado o axioma da continuidade. Explique-o.
  - d. Com isso, é possível cumprir o axioma reducionista. Explique-o.
  
3. Explique o que significa o coeficiente de Arrow-Pratt na sua forma absoluta e relativa. Apresente a forma de cálculo das duas.
  
4. Um indivíduo acredita que informações críveis surgem na forma de notícias sobre a probabilidade de chuvas. Ele acredita que há 50% de chances de que as notícias serão de que haverá “chuva com certeza”, há uma chance de 30% de que as notícias serão de que “não haverá chuva” e 20% de chance de que a notícia será “chuva com probabilidade de 0,5”. Isto é consistente com a crença corrente de que os pontos a favor da chuva são 2:1 ?
  
5. Em termos de chances de uma moeda surgir cara, suponha que há três estados do mundo possíveis:
  - Estado 1: Chance de cara é de 100% [moeda possui duas caras];
  - Estado 2: Chance de cara é de 50% [moeda é justa];
  - Estado 3: Chance de cara é de 0% [moeda possui duas coroas].

Um indivíduo inicialmente assinala igual probabilidade para todos os três estados:

$$(p_1, p_2, p_3) = \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$$

Para uma aposta, com esse conjunto de probabilidades, qual é a sua melhor estimativa para a probabilidade  $p$  de obter cara no próximo arremesso?

6. Com os dados da questão 5, suponha a alteração do vetor-probabilidade para  $(p_1, p_2, p_3) = (0, 1, 0)$ . O que você pode dizer sobre sua melhor estimativa de  $p$ ?

7. Responda o mesmo se sua probabilidade muda para  $(p_1, p_2, p_3) = \left(\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}\right)$ .

8. Imagine um indivíduo cuja sua loteria-referência sobre utilidades de  $c$  percorre a faixa  $0 \leq c \leq 1000$  satisfazendo a seguinte função  $v(c) = (c/1000)^{1/2}$ . Suponha agora que é oferecido a ele uma possibilidade de escolha entre a opção A, representando obter com certeza R\$ 250,00, e uma opção B, tomando a forma de uma loteria com os seguintes resultados possíveis:  $B = (810, 360, 160; 0, 1; 0, 5; 0, 4)$ , todos com a mesma probabilidade. Qual ele deveria escolher?

Identifique em cada uma das funções utilidade, o comportamento do indivíduo em relação ao risco:

(i)  $v(c) = \ln c$  - averso ao risco

(ii)  $v(c) = ac - bc^2$  ( $a, b > 0$  são constantes)

(iii)  $v(c) = c^2$

(iv)  $v(c) = c^{1/2}$

(v)  $v(c) = 100 + 6c$

(vi)  $v(c) = 1 - e^{-c}$

9. Três indivíduos têm as seguintes funções preferências:

$v_1(c) = c$  [Neutro ao risco]

$v_2(c) = c^{0,5}$  [Averso ao risco]

$v_3(c) = c^2$  [Propenso ao risco]

Cada um deles tem a opção de investir em qualquer uma das seguintes três loterias, com as seguintes expectativas de renda esperada:

$G_1 = (480, 480; 0, 5; 0, 5)$   $E_1(c) = 480$

$G_2 = (850, 200; 0, 5; 0, 5)$   $E_2(c) = 525$

$G_3 = (1000, 0; 0, 5; 0, 5)$   $E_3(c) = 500$

Mostre qual a loteria que cada um escolherá.

10. Explique os motivos das escolhas de cada indivíduo da questão 9, usando a preferência em relação ao risco para isso.

11. Escreva a definição de aversão ao risco. Explique qual o significado que a aversão ao risco tem sob a teoria da utilidade esperada, mostrando qual é o elemento crucial que dá origem a um comportamento de aversão ao risco.

12. Suponha que há duas opções de "investimento" no mercado.

Primeira: Fundo de ações. A taxa de retorno varia uniformemente entre -5% e 15%.

Segunda: Títulos do governo. A taxa de retorno é fixa em 3%.

Suponha que os indivíduos 1 e 2 possuam uma riqueza de R\$ 1000 cada um e querem mantê-la sob uma das aplicações acima (suponha que não é possível alocar parte da riqueza para cada aplicação – somente uma deve ser a escolhida). Abaixo temos as funções utilidade para os dois indivíduos. Qual será a opção de “investimento” escolhida por cada indivíduo? Qual é o indivíduo mais avesso ao risco?

Indivíduo 1  $u_1(x) = x^{0,5}$

Indivíduo 2  $u_2(x) = x^{0,2}$

13. Uma pessoa possui uma função utilidade esperada da forma:  $u(c) = c^{1/2}$  e renda inicial  $c = R\$ 4,00$ . Qual o menor preço  $P$  que esta pessoa venderia um bilhete de loteria que possui um prêmio de R\$ 12,00 com probabilidade de 0,5 e R\$ 0,00 com probabilidade de 0,5?
14. Suponha que a função utilidade é dada por  $u(W) = aW - bW^2$  (com  $a$  e  $b$  ambos positivos). Esta função exhibe aversão ao risco crescente ou decrescente?
15. Como é possível usar o prêmio de risco para averiguar se um indivíduo é mais avesso ao risco do que outro?