

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

FACULDADE DE CIÊNCIAS ECONÔMICAS

DISCIPLINA DE TEORIA DOS JOGOS- CURSO DE VERÃO

PROF. SABINO PÔRTO JÚNIOR

MONITOR: GUILHERME RISCO (guilhermerisco@gmail.com)

LISTA DE EXERCÍCIOS COMPLEMENTAR- EXERCÍCIOS SELECIONADOS ANPEC.

**ANPEC 2003/11** Considere um jogo na forma normal resumido em termos da seguinte matriz de ganhos:

|                  |   |                  |                |
|------------------|---|------------------|----------------|
|                  |   | <b>JOGADOR 2</b> |                |
|                  |   | L                | R              |
| <b>JOGADOR 1</b> | U | 3,1              | $\alpha, 0$    |
|                  | D | 0,0              | $\beta, \beta$ |

- Para  $\beta = 1$ , U é uma estratégia dominante para o jogador 1 desde que  $\alpha > 1$ .
- Para  $\alpha = 2$  e  $\beta = 1$ , existe um único equilíbrio de Nash em estratégias puras.
- Para  $\alpha = 7$  e  $\beta = 6$ , o equilíbrio de Nash em estratégias puras é Pareto eficiente.
- Para  $\alpha = 2$  e  $\beta = 1$ , existe um equilíbrio de Nash em estratégias mistas no qual o jogador 1 joga U com probabilidade  $1/2$  e o jogador 2 joga L com probabilidade  $1/2$ .
- Para  $\alpha = 7$  e  $\beta = 6$ , caso o jogo seja repetido duas vezes, no equilíbrio perfeito em subjogos, as utilidades finais dos jogadores são (6,2).

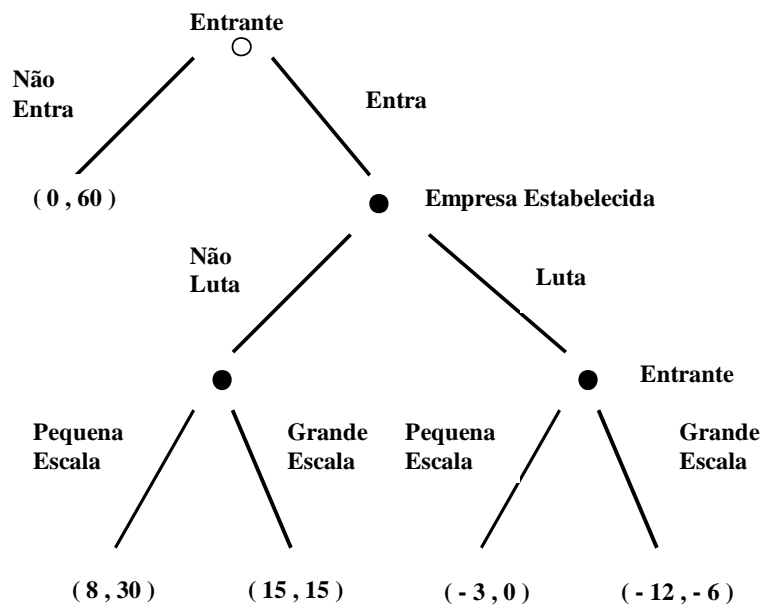
2) **ANPEC 2004/11** Conforme a Teoria dos Jogos, é correto afirmar que:

- Em um jogo não-cooperativo, a cooperação entre os jogadores é impossível.
- Um jogo que não possui estratégias dominantes para todos os seus jogadores também não possui um equilíbrio de Nash.
- Uma estratégia mista pode ser um equilíbrio de Nash.
- Resolver um jogo dinâmico de informação completa e perfeita de modo retroativo resulta na determinação de um equilíbrio de Nash.
- Uma alocação de equilíbrio conforme o conceito de Nash é uma alocação ótima de Pareto.

3) **ANPEC 2006/10** Suponha que a matriz de *pay-off* abaixo represente um jogo entre dois times do campeonato brasileiro. Há três estratégias possíveis para cada time: realizar um esforço Alto (A), Médio (M) ou Baixo (B) durante toda a partida de futebol. Com base na Teoria dos Jogos, é correto afirmar:

|               |   |               |       |       |
|---------------|---|---------------|-------|-------|
|               |   | <b>TIME B</b> |       |       |
|               |   | A             | M     | B     |
| <b>TIME A</b> | A | (1,1)         | (3,0) | (3,0) |
|               | M | (0,3)         | (1,1) | (3,0) |
|               | B | (0,3)         | (0,3) | (1,1) |

- a. A estratégia "A" é dominante para o TIME A.
  - b. A estratégia "B", do TIME B, é estritamente dominada pela estratégia "A".
  - c. Esse jogo possui três equilíbrios de Nash em estratégias puras, i.e., (A,A); (M,M) e (B,B).
  - d. Esse jogo não possui equilíbrio de Nash em estratégias mistas.
  - e. Suponha que esse jogo possa ser jogado seqüencialmente, com o TIME A sendo o primeiro a escolher sua estratégia. Neste caso, não haverá solução para o jogo em estratégias puras.
- 4) **ANPEC 2006/11** Considere o jogo na forma extensiva apresentado abaixo. Avalie as afirmativas abaixo, com base em seus conhecimentos de Teoria dos Jogos:



- a. Este jogo comporta mais de um equilíbrio de Nash.
  - b. Um equilíbrio perfeito em subjogos sempre implica que a combinação de estratégias selecionadas é ótima de Pareto.
  - c. O perfil de estratégias (Entra; Grande Escala, quando a empresa estabelecida não luta; Pequena Escala, quando a empresa estabelecida luta; Não luta) corresponde a um equilíbrio perfeito em subjogos.
  - d. Se antes do jogo ter início, a empresa estabelecida anunciasse sua disposição de adotar a estratégia de luta, a empresa entrante decidiria pela estratégia «não entrar».
  - e. A Empresa Estabelecida possui uma estratégia dominante no subjogo que tem início quando a Entrante decide entrar.
- 5) **ANPEC 2008/09** Com base no jogo abaixo, julgue as seguintes afirmações:

| Jogador 1 | Jogador 2 |       |
|-----------|-----------|-------|
|           | I         | II    |
| A         | -1, 1     | 1, -1 |
| B         | 2, -2     | 0, 0  |

- a. Trata-se de um jogo do tipo dilema dos prisioneiros.
  - b. O jogador 1 tem uma estratégia estritamente dominante.
  - c. O jogo tem um equilíbrio em estratégias mistas em que os participantes jogam cada uma de suas estratégias com 50% de probabilidade.
  - d. O jogo somente pode ser analisado na forma extensiva.
  - e. O jogador 2 não tem estratégia estritamente dominante.
- 6) **ANPEC 2009/11** Considere o jogo simultâneo na forma estratégica abaixo e julgue as afirmativas a seguir:

|           |              | Jogador 2    |              |
|-----------|--------------|--------------|--------------|
|           |              | Estratégia A | Estratégia B |
| Jogador 1 | Estratégia A | 2, 1         | 0, 0         |
|           | Estratégia B | 0, 0         | 1, 2         |

- a. Trata-se de um jogo seqüencial.
  - b. Há apenas um equilíbrio de Nash, formado pelo par de estratégias (A,A).
  - c. A estratégia A é estritamente dominante para o jogador 2.
  - d. O jogo acima é do tipo “dilema dos prisioneiros”.
  - e. O jogo acima é do tipo “batalha dos sexos”.
- 7) **ANPEC 2010/10** Considere o jogo conhecido como “caça ao cervo”, abaixo, em que  $0 \leq x < 1$  é constante. Com base nesse jogo, avalie as afirmações abaixo:

|           |       | Caçador 2 |        |
|-----------|-------|-----------|--------|
|           |       | Cervo     | Lebre  |
| Caçador 1 | Cervo | 3, 3      | $x, 1$ |
|           | Lebre | 1, $x$    | 1, 1   |

- a. Trata-se de um jogo de informação imperfeita;
  - b. Há dois equilíbrios de Nash;
  - c. Os dois caçadores possuem estratégias fracamente dominantes;
  - d. Suponha que  $x = 0$ . Então o equilíbrio em estratégias mistas prescreve que cada caçador caça Cervo com probabilidade  $1/3$  e caça Lebre com probabilidade  $2/3$ ;
  - e. Suponha que  $0 \leq x < 1$ . Se  $x$  converge para 1, então o equilíbrio em estratégias mistas converge para o equilíbrio de Nash Pareto-dominado em estratégias puras.
- 8) **ANPEC 2011/07** Avalie as seguintes situações representadas através do instrumental da Teoria dos Jogos:
- a. No jogo com *pay-offs* apresentados no Quadro 1 (abaixo), identifica-se uma solução de Equilíbrio de Nash (A1, B3) e duas estratégias que podem ser eliminadas por não serem racionais (A3 e B2).
  - b. Em um jogo com um número finito de jogadores, cada um dos quais com um número definido de estratégias, se não existir um Equilíbrio de Nash baseado em estratégias puras, existirá pelo menos um equilíbrio baseado na adoção de estratégias mistas.
  - c. Uma situação de Equilíbrio de Nash equivale necessariamente a um Ótimo de Pareto.

- d. Num jogo do tipo “batalha dos sexos”, com *pay-offs* apresentados no Quadro 2 (abaixo), existe um equilíbrio baseado em “estratégias mistas” quando as probabilidades de Maria e João irem ao cinema são de, respectivamente,  $2/3$  e  $1/3$ .
- e. Suponha que as empresas A e B vendam produtos concorrentes e estejam decidindo se irão ou não empreender campanhas de propaganda. Cada empresa, contudo, será afetada pela decisão de sua concorrente. Se ambas as empresas decidirem fazer propaganda, a Empresa A terá lucro de 10 e a Empresa B terá lucro de 5. Se a Empresa A fizer propaganda e a Empresa B não fizer, a Empresa A lucrará 15 e a Empresa B terá lucro zero. Se ambas as empresas não fizerem propaganda, a Empresa A terá lucro 20 e a Empresa B terá lucro 2. Se apenas a Empresa B fizer propaganda, a Empresa A terá lucro de 6 e a Empresa B terá lucro de 8. Nestas condições, existe um Equilíbrio de Nash com estratégias puras, que, no entanto, pode ser alterado quando o jogo se estrutura na forma sequencial.

Quadro 1

|    |   |     |     |     |
|----|---|-----|-----|-----|
| A  | B | B1  | B2  | B3  |
| A1 |   | 0,2 | 3,1 | 4,3 |
| A2 |   | 2,4 | 0,3 | 3,2 |
| A3 |   | 1,1 | 2,0 | 2,1 |

Quadro 2

|                     |                    |                    |
|---------------------|--------------------|--------------------|
|                     | <b>Payoff João</b> | <b>Payoff João</b> |
| <b>Payoff Maria</b> | Cinema             | Futebol            |
| Cinema              | 2,1                | 0,0                |
| Futebol             | 0,0                | 1,2                |

Legenda: (*Payoff* Maria, *Payoff* João)

Boa sorte!