



PIBID

Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência

Licenciatura em Matemática (UFRGS)



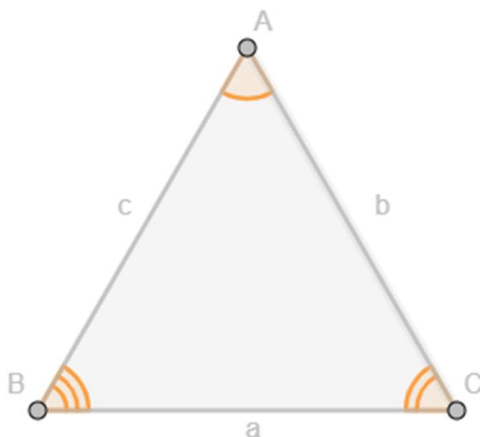
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
COLÉGIO DE APLICAÇÃO



ANEXO V

TRIÂNGULOS

Definição: Dados três pontos A , B e C não colineares, a reunião dos segmentos $\underline{AB}$, $\underline{AC}$ e $\underline{BC}$ chama-se *triângulo* ABC .



Fonte: elaborado pelos professores bolsistas usando o aplicativo Geogebra.

Elementos de um triângulo

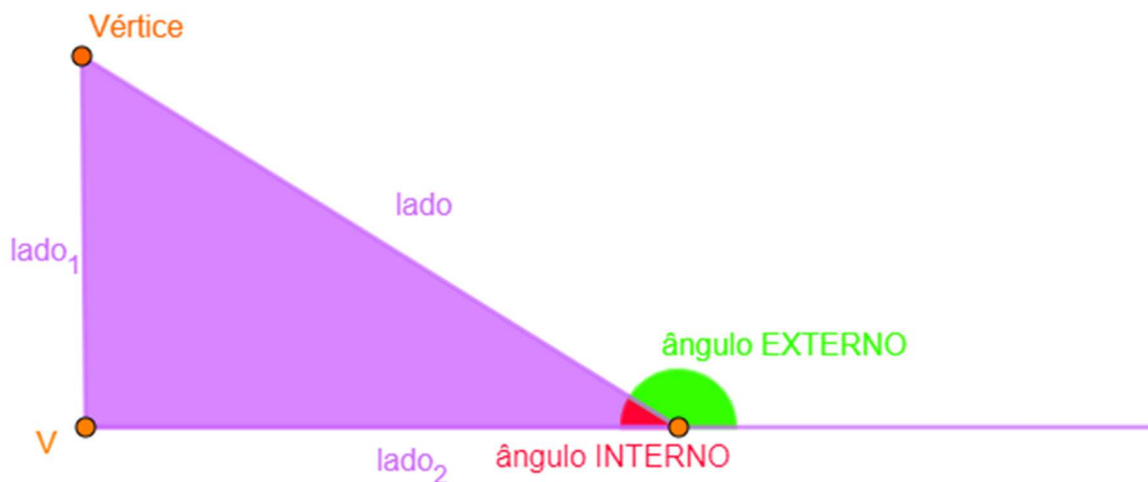
- Lados - os segmentos $\underline{AB}$ (de medida c), $\underline{AC}$ (de medida b) e $\underline{BC}$ (de medida a) são os lados do triângulo.
- Vértices - os pontos A , B e C são os vértices do $\triangle ABC$.
- Ângulos - os ângulos $B\hat{A}C$ ou $\hat{A}$, $A\hat{B}C$ ou $\hat{B}$ e $A\hat{C}B$ ou $\hat{C}$ são os ângulos do $\triangle ABC$ (ou ângulos internos do $\triangle ABC$).

Diz-se que os lados $\underline{BC}$, $\underline{AC}$ e $\underline{AB}$ e os ângulos $\hat{A}$, $\hat{B}$ e $\hat{C}$ são, respectivamente, opostos.

- Ângulos externos - Dado um lado qualquer de um triângulo e o prolongamento do lado consecutivo a ele, um ângulo externo é a abertura entre esse lado e esse prolongamento. Essa definição também é válida para os outros polígonos.

Observação: Os triângulos são os únicos polígonos que não possuem diagonais. Uma diagonal é o segmento de reta que liga dois vértices não consecutivos de uma figura geométrica plana e que, ao mesmo tempo, não são lados dessa figura. Note que não existe triângulo que possua dois vértices não consecutivos que já não sejam ligados por lados.

Além disso, *todo triângulo é convexo*, isto é, é impossível escolher dois pontos A e B no interior de um triângulo e obter parte do segmento AB no exterior dessa figura.



Elaborado pelos professores bolsistas usando o aplicativo Geogebra.

Classificação dos triângulos

Existem diversas maneiras de classificar triângulos. As duas mais comuns levam em consideração as medidas de seus lados e as medidas de seus ângulos.

Quanto aos lados, os triângulos se classificam em:

- **Equiláteros** se, e somente se, têm os três lados congruentes;
- **Isósceles** se, e somente se, têm dois lados congruentes;
- **Escalenos** se, e somente se, dois quaisquer lados não são congruentes.

Um triângulo com dois lados congruentes é isósceles; o outro lado é chamado base e o ângulo oposto à base é o ângulo do vértice.

Note que todo triângulo equilátero é também triângulo isósceles.

Quanto aos ângulos, os triângulos se classificam em:

- **Retângulos** se, e somente se, têm um ângulo reto (um ângulo interno igual a 90°);
- **Acutângulos** se, e somente se, têm os três ângulos agudos (ângulos internos menores que 90°);
- **Obtusângulos** se, e somente se, têm um ângulo obtuso (um ângulo interno maior que 90°).

O lado oposto ao ângulo reto de um triângulo retângulo é sua hipotenusa e os outros dois são catetos do triângulo.

Propriedades

1. A soma dos ângulos internos de qualquer triângulo é sempre igual a 180° .
2. A soma dos ângulos externos de qualquer triângulo é sempre igual a 360° .

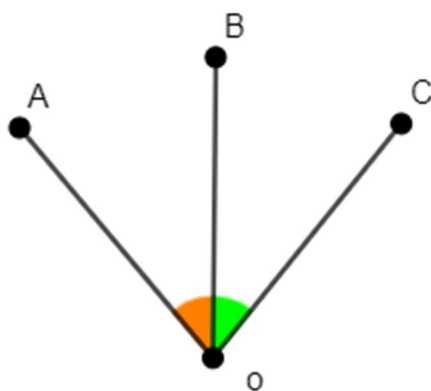
3. A soma das medidas de dois lados de um triângulo é sempre maior que a medida do terceiro lado. Essa propriedade é chamada de desigualdade triangular.
4. O maior lado de um triângulo é sempre oposto ao seu maior ângulo. Por consequência, o menor lado de um triângulo é sempre oposto ao seu menor ângulo, assim como o lado “médio” é oposto ao “ângulo médio”.
5. O lado diferente de um triângulo isósceles é chamado de base. Os ângulos da base de um triângulo isósceles são congruentes.
6. Todos os ângulos internos de um triângulo equilátero medem 60° .
7. A altura de um triângulo isósceles, relativa à base, é também mediana e bissetriz.

Ângulos em um triângulo

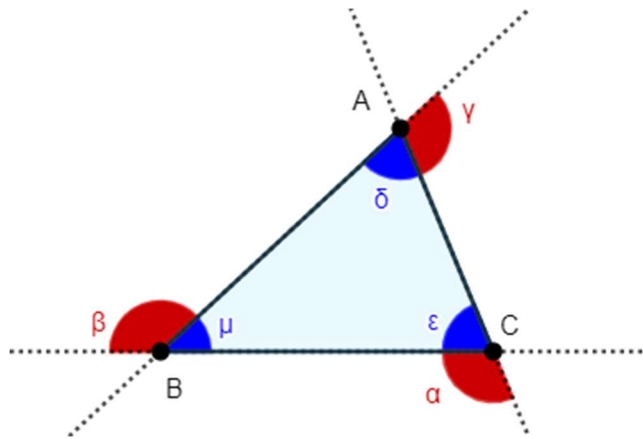
Já vimos que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180° . Agora, iremos estudar a relação entre os ângulos internos e externos de um triângulo.

“Em um triângulo, a medida de um ângulo externo é igual à soma das medidas dos dois ângulos internos não adjacentes a ele.” (PATARO, Patricia Moreno; BALESTRI, Rodrigo, 2018. p. 203)

“Quando dois ângulos têm um lado comum e determinam duas regiões que não possuem pontos em comum, dizemos que eles são adjacentes. Os ângulos $\widehat{AOB}$ e $\widehat{BOC}$ são adjacentes.” (PATARO, Patricia Moreno; BALESTRI, Rodrigo, 2018. p. 203)



Fonte: elaborado pelos professores bolsistas usando o aplicativo Geogebra.



Fonte: elaborado pelos professores bolsistas usando o aplicativo Geogebra.

“Considere o $\triangle ABC$. Vamos mostrar que $\text{med}(\hat{e}) = \text{med}(\hat{b}) + \text{med}(\hat{c})$. Como os ângulos internos e externos adjacentes são suplementares, temos:

$$\text{med}(\hat{a}) + \text{med}(\hat{d}) = 180^\circ$$

Sabemos ainda que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180° , assim:

$$\text{med}(\hat{a}) + \text{med}(\hat{d}) - 180^\circ = \text{med}(\hat{a}) + \text{med}(\hat{b}) + \text{med}(\hat{c})$$

$$\text{med}(\hat{a}) - \text{med}(\hat{a}) + \text{med}(\hat{d}) = \text{med}(\hat{a}) - \text{med}(\hat{a}) + \text{med}(\hat{b}) + \text{med}(\hat{c})$$

$$\text{med}(\hat{d}) = \text{med}(\hat{b}) + \text{med}(\hat{c})$$

Deste modo, temos que a medida do ângulo externo adjacente ao ângulo $\hat{a}$ é igual à soma das medidas dos demais ângulos internos. Ao repetirmos esse procedimento para cada um dos ângulos externos, concluímos que a medida de qualquer ângulo externo em um triângulo é igual à soma das medidas dos dois ângulos internos não adjacentes a ele.” (PATARO, Patrícia Moreno; BALESTRI, Rodrigo, 2018. p. 203)

Referências:

DOLCE, Osvaldo; POMPEO, José Nicolau. **Fundamentos de Matemática Elementar: Geometria Plana**. 7. ed. São Paulo: Atual, 2013. v. 9.
PATARO, Patrícia Moreno; BALESTRI, Rodrigo. **Matemática Essencial 8º ano: Ensino Fundamental, anos finais**. 1. ed. São Paulo: Scipione, 2018. v. 8.

MOREIRA SILVA, Luiz Paulo. Triângulos. Disponível em:

<<https://mundoeducacao.uol.com.br/matematica/triangulos.htm#:~:text=Tri%C3%A2ngulos%20s%C3%A3o%20figuras%20geom%C3%A9tricas%20formadas,tri%C3%A2ngulos%20e%20tri%C3%A2ngulos%20v%C3%A9rtices.&text=Um%20tri%C3%A2ngulo%20%C3%A9%20um%20pol%C3%ADgono,lados%20s%C3%A3o%20segmentos%20de%20reta>>. Acesso em: 04 de abril de 2023.