

PIBID

Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência

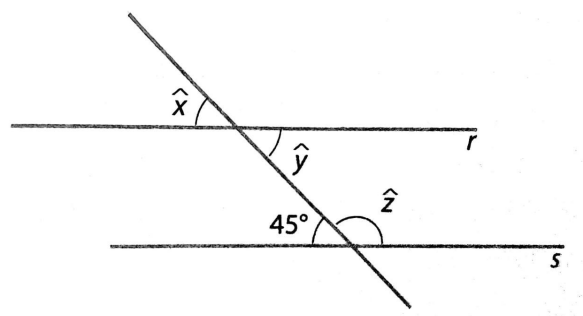
Licenciatura em Matemática (UFRGS)

Nome: _____ Turma: _____ Data: _____

GABARITO/COMENTÁRIOS: Retas paralelas cortadas por uma transversal

1. Responda às questões, considerando $r \parallel s$ na imagem ao lado dos itens (adaptado de “Projeto Araribá: Matemática - 8º ano”):

A resolução da questão será feita de forma expositivo-dialogada e no quadro branco. Portanto, as respostas serão encontradas em conjunto entre professor e alunos. Os seguintes comentários serão levados em consideração para conduzir a resolução das questões.



- a. Qual a relação entre os ângulos $\hat{x}$ e $\hat{y}$? O que podemos dizer sobre as suas medidas?

Podemos perceber que os ângulos $\hat{x}$ e $\hat{y}$ são opostos pelo vértice. Essa primeira questão funcionará como uma revisão dos conhecimentos desenvolvidos no plano de aula antecedente ao presente plano, e espera-se que os alunos expressem que, em razão dessa relação, $\hat{x}$ e $\hat{y}$ são congruentes.

Logo, $\hat{x} = \hat{y}$. Uma pergunta interessante de ser feita com essa conclusão é “sabemos qual a medida em graus desses ângulos?”, pois os alunos podem se deparar com o impasse da medição efetiva desses ângulos.

Imagem 4 - Fonte: Projeto Araribá: Matemática - 8º ano

- b. Qual a relação do ângulo de medida 45 graus e $\hat{x}$? O que podemos dizer sobre as suas medidas?

Podemos perceber que os ângulos referidos são correspondentes. Em razão disso, $\hat{x}$ e $\hat{y}$ são congruentes, pela característica dessa classificação - ou seja, suas medidas são iguais. Logo, $\hat{x} = 45$ graus, quantificando a abertura desse ângulo até então desconhecido.

- c. Qual a relação entre os ângulos $\hat{y}$ e $\hat{z}$? O que podemos dizer sobre as suas medidas?

Podemos perceber que os ângulos referidos são colaterais internos. Em razão disso, $\hat{x}$ e $\hat{y}$ são suplementares, pela característica dessa classificação - ou seja, a soma de suas medidas resulta em 180 graus. Logo, $\hat{x} + \hat{z} = 180$ graus.

Antes de partir para o próximo item, será questionado aos estudantes se eles observam algum outro par que se encaixa nas classificações. Espera-se que eles respondam que $\hat{y}$ e o ângulo que mede 45 graus são alternos internos, levando a um outro raciocínio sobre a resolução do problema, igualmente válido. Se o engajamento dos alunos demonstrar seu interesse na atividade, pode ser apontado também que essa relação pode ser construída usando os resultados dos itens (a) e (b) e a propriedade da transitividade da igualdade.

- d. Determine as medidas de $\hat{x}$, $\hat{y}$ e $\hat{z}$.

Do item (b), já temos que $\hat{x} = 45$ graus. Pelo item (a), como são congruentes, $\hat{y} = 45$ graus. Por fim, a partir do item (c), descobrimos que:

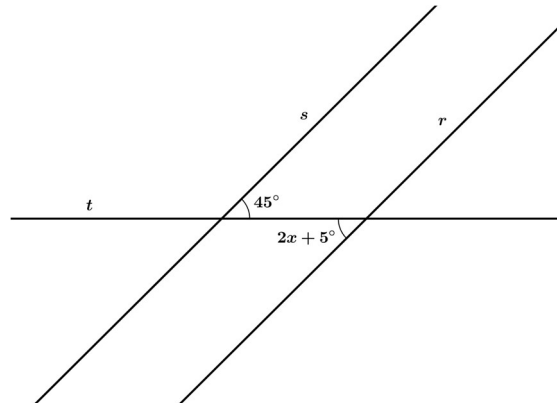
$$\hat{x} + \hat{z} = 180 \Rightarrow 45 + \hat{z} = 180 \Rightarrow \hat{z} = 180 - 45 = 135 \text{ graus.}$$

A articulação das respostas será feita de forma dialogada e com os registros no quadro.

2. Após encontrar o valor de x (em graus) em cada situação, forneça a medida dos ângulos indicados. As retas r e s são paralelas e t é transversal a ambas.

As atividades dessa questão envolvem a resolução de equações de primeiro grau com uma incógnita, algo que já fora visto pelos alunos no ano passado. Em razão da possibilidade de esquecimento dos algoritmos para a resolução desses problemas, haverá uma intervenção resolvendo o primeiro item, para que se retome os conceitos por trás disso e, conseqüentemente, responder efetivamente às questões.

a.



Observamos que os ângulos destacados são alternos internos, e, pela propriedade dessa classificação:

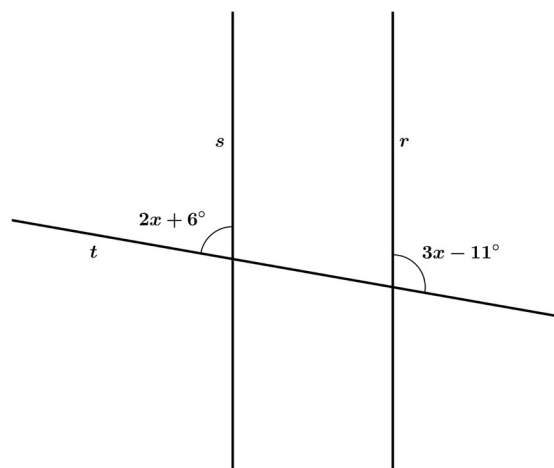
$$45 = 2x + 5 \Rightarrow 2x = 45 - 5 = 40 \Rightarrow x = \frac{40}{2} = 20.$$

Logo, com esse valor de x , temos que:

$$2x + 5 = 2 \cdot (20) + 5 = 40 + 5 = 45,$$

o que é verídico, dado que ângulos alternos internos são congruentes (confirmando que $x = 20$).

b.



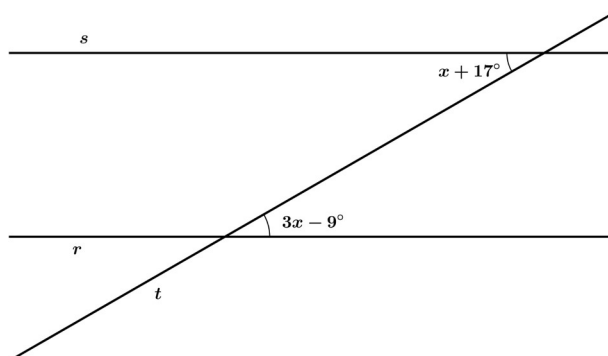
Observamos que os ângulos destacados são colaterais externos, e, pela propriedade dessa classificação:

$$(2x + 6) + (3x - 11) = 180 \Rightarrow 5x - 5 = 180 \Rightarrow 5x = 180 - 5 = 175 \Rightarrow x = \frac{175}{5} = 35.$$

Logo, com esse valor de x , temos que:

- $2x + 6 = 2 \cdot (35) + 6 = 76$ e
- $3x - 11 = 3 \cdot (35) - 11 = 104$.

c.



Observamos que os ângulos destacados são alternos internos, e, pela propriedade dessa classificação:

$$x + 17 = 3x - 9 \Rightarrow x - 3x = -9 - 17 \Rightarrow -2x = -26 \Rightarrow x = \frac{-26}{-2} = 13.$$

Logo, com esse valor de x , temos que:

- $x + 17 = 13 + 17 = 30$ e
- $3x - 9 = 3 \cdot (13) - 9 = 39 - 9 = 30$.

o que é verídico, dado que ângulos alternos internos são congruentes (confirmando que $x = 13$).

3. Sabendo que $r \parallel s \parallel t$ e que u e v as transversalizam, calcule o valor, em graus, de x , y e z (adaptado de “Projeto Araribá: Matemática - 8º ano”).

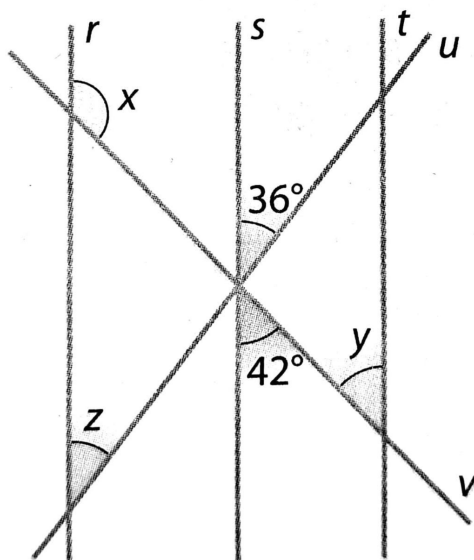


Imagem 5 - Fonte: Projeto Araribá - Matemática

Esse problema busca promover uma progressão no raciocínio de generalização, uma vez que são postas 3 retas paralelas e duas transversais. Acredita-se que uma primeira estratégia dos alunos seja simplificar o problema olhando para somente duas retas paralelas e uma transversal de cada vez para encontrar os valores.

Caso isso não ocorra, o que é natural dada a complexidade do problema, será imprescindível da parte dos professores auxiliar a observar com esse viés (ou outro que seja confortável para o estudante).

De maneira sucinta, podem ser seguidos os seguintes passos de resolução (não necessitando ser seguidos em ordem, nem eles propriamente):

- i.* O ângulo $\hat{y}$ é alterno interno ao que mede 42 graus, onde $s // t$ e v as transversaliza. Logo: $y = 42$ graus.
- ii.* O ângulo $\hat{z}$ é correspondente ao que mede 36 graus, onde $r // s$ e u as transversaliza. Logo: $z = 36$ graus.
- iii.* Os ângulos $\hat{x}$ e $\hat{y}$ são colaterais internos, onde $t // r$ e v as transversaliza. Logo: $x + y = 180 \Rightarrow x + 42 = 180 \Rightarrow x = 180 - 42 = 138$ graus.

4. Elabore uma estratégia para encontrar os valores de x e y em graus abaixo, sendo que $r // s$ (adaptado de “Projeto Araribá: Matemática - 8º ano”):

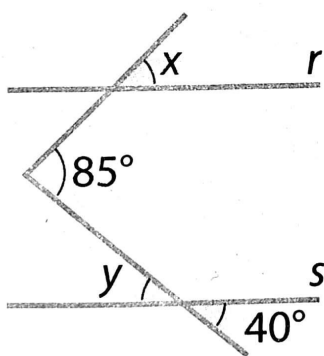


Imagem 6 - Fonte: Projeto Araribá - Matemática

Esse problema busca promover o desenvolvimento de uma estratégia diferentes das que os demais problemas pressupõem, uma vez que, para resolvê-lo, se faz necessário traçar uma outra reta paralela a r e s passando pelo vértice do ângulo de medida 85 graus. Caso essa estratégia não seja tomada, o que é provável, será imprescindível da parte dos professores auxiliar nesse sentido. Se for da vontade dos estudantes, também, é possível resolver o problema no quadro, com a construção de um raciocínio em conjunto.

De maneira sucinta, podem ser seguidos os seguintes passos de resolução:

- i.* O ângulo $\hat{y}$ é oposto pelo vértice ao que mede 40 graus, logo: $y = 40$ graus.
- ii.* Identificação da reta paralela referida, chamada t , e consequente separação do ângulo de 85 graus em partes que podem ser identificadas como a “de baixo” e a “de cima”.
- iii.* A parte “de baixo” do ângulo de 85 graus é alterna interna a $\hat{y}$ (ou correspondente ao ângulo de 40 graus). Logo, a sua medida é de 40 graus.
- iv.* Como a soma das partes “de baixo” e “de cima”, pela construção, resulta em 85 graus, então a parte “de cima” mede $85 - 40 = 45$ graus.
- v.* O ângulo $\hat{x}$ é correspondente à parte “de cima”, de onde decorre que $x = 45$ graus.

5. Os chalés são um estilo arquitetônico de casa de campo com telhado de inclinação acentuada e beirais avançados, ou seja, possuem o formato de um triângulo ou de um “A”.

Você planeja construir um chalé semelhante ao da figura ao lado, desenhando duas retas paralelas r e s sobre as paredes laterais da casa, bem como retas representando os dois lados do telhado (como sugere o esboço abaixo). Tendo observado que o ângulo formado pela parede lateral e o telhado mede 150 graus, você

determinou corretamente que o ângulo interno formado pelo encontro das duas partes do telhados (cuja medida é indicada por x na imagem) é:

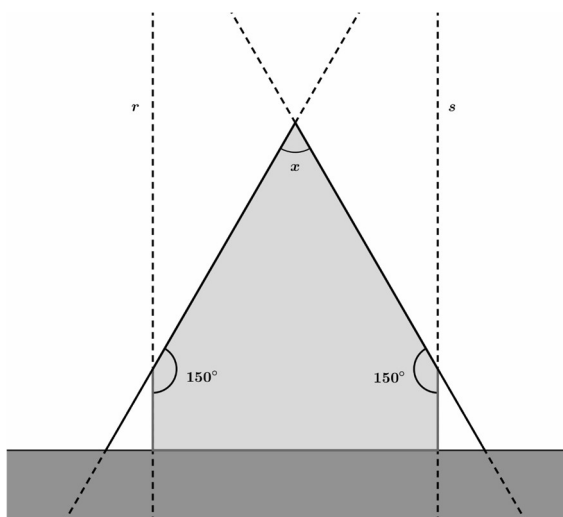


Imagem 7 - Fonte:
Booking.com

- (a) 30 graus.
- (b) 60 graus.
- (c) 75 graus.
- (d) 150 graus.
- (e) 300 graus.

O problema proposto trata de uma aplicação do conteúdo de retas paralelas cortadas por uma transversal no cotidiano. O raciocínio a ser tomado nessa situação deve ser semelhante ao da questão 5, traçando uma reta paralela a r e a s passando pelo vértice que representa o topo do telhado do chalé. Assim, o ângulo de medida x será dividido em duas partes, que serão chamadas “da direita” e “da esquerda”. A partir das construções, usando o fato que os ângulos que medem 150 graus são colaterais internos às duas partes de x , temos que a parte “da direita” e “da esquerda”, de medidas d e e , valem:

$$d + 150 = 180 \Rightarrow d = 180 - 150 = 30, \text{ assim como } e + 150 = 180 \Rightarrow e = 180 - 150 = 30.$$

Logo, como x é a soma das duas partes, podemos afirmar que $x = 60$, ou seja, que o ângulo interno formado pelo encontro das águas do telhado é de 60 graus - levando à conclusão da marcação da alternativa (b).