

CARACTERÍSTICAS DA VOLATILIDADE ESTOCÁSTICA DOS *PAR BONDS* DA AMÉRICA LATINA

Igor A. C. de Morais¹
Marcelo S. Portugal²

RESUMO

Este artigo procura aplicar o método de quasi-máxima verossimilhança para estimar a volatilidade estocástica multivariada não estacionária, dos preços de compra dos *Par Bonds* de 4 países Latino Americanos, México, Brasil, Argentina e Venezuela, no período de 09/Agosto/1994 a 15/Setembro/1999. Nosso objetivo é analisar possíveis movimentos comuns nestas variâncias. Os testes feitos revelam que a volatilidade nos modelos univariados não apresentam inclinação, mas possuem alta persistência. A formulação multivariada relaciona bem os dados, obtendo estimativas consistentes e revelando a existência de um comportamento ao longo do tempo similar entre as volatilidades das 4 séries.

ABSTRACT

This paper uses a quasi-maximum likelihood procedure to estimate the non-stationary stochastic volatility for the par bonds of four Latin American countries (Brazil, Argentina, Mexico and Venezuela). The aim is to investigate the possible presence of co-movements in volatility across countries. The estimation period goes from August 1994 until September 1999, including therefore the Asian and Russian crisis. The estimated volatility for the univariate model does not show any slope and is highly persistent. The multivariate model gives a good fit to the data and shows that there is common movement.

Introdução

Após as duas crises do petróleo na década de 70, as economias mais desenvolvidas tiveram que modificar sua política econômica, e a combinação de fatores como o baixo crescimento econômico dos países industriais, as taxas de juros internacionais mais elevadas e a queda do preço das *commodities* no mercado mundial resultaram em um serviço da dívida maior para as economias em desenvolvimento que já se encontravam altamente endividadas.

A crise da dívida no princípio dos anos 80 teve início com a suspensão, por parte do México, do pagamento de seus débitos comerciais junto aos bancos mundiais. O resultado foi que as instituições financeiras internacionais fecharam o crédito para os países em desenvolvimento, agravando ainda mais o cenário macroeconômico.

A primeira tentativa de reestruturação das dívidas das economias em desenvolvimento foi o Plano Baker em 1985, cuja proposta consistia em um novo empréstimo por parte dos bancos comerciais e das organizações multilaterais, tendo como contrapartida uma reforma estrutural nos países devedores que reduzisse a instabilidade econômica, aumentasse o crescimento e diminuísse o

¹ Doutorando em economia na UFRGS.

² Professor do Programa de Pós-Graduação em Economia da UFRGS e Pesquisador do CNPq. Gostaria de agradecer a colaboração dos bolsistas de iniciação científica Patrícia U. Palermo (CNPq) e André Lenz (PRUNI).

débito pendente. Mas este Plano não obteve o efeito desejado, tendo fracassado principalmente devido ao curto horizonte de tempo para o pagamento das dívidas (no máximo 2 anos) e ao ambiente recessivo de tais economias no período.

Uma segunda tentativa teve início em 1989 com o Plano Brady, cujo objetivo era reestruturar os serviços da dívida externa de forma a reduzir tanto o principal quanto as taxas de juros. Com isto seria criada uma maior flexibilidade financeira que permitiria o retorno da liquidez para estas dívidas através de sua securitização, possibilitando que os agentes econômicos disseminassem o risco no mercado secundário. Como antes, os países eram obrigados a fazer ajustes em suas economias de acordo com um programa elaborado pelo FMI, denominado de SAP (*Structural Adjustment Program*), onde constavam metas para a inflação, crescimento do PIB, privatizações e a descentralização dos serviços do governo. Estas mudanças deveriam promover o investimento, a geração de poupança interna e permitir a repatriação de capital.

A principal diferença entre os Planos Brady e Baker consiste que enquanto o primeiro procurava reduzir a dívida externa dos países, o segundo previa apenas a formação de crédito novo.

Como as negociações dentro do Plano Brady foram feitas caso a caso entre os países devedores e os bancos credores, onde era possível escolher entre três opções de reestruturação da dívida³, acabam surgindo diferentes títulos com características distintas.

Em fevereiro de 1990, o México tornou-se o primeiro país a renegociar sua dívida nos moldes do Plano Brady, com a conversão de US\$ 48 bilhões de seus débitos estrangeiros em duas opções de empréstimos dentro de garantias negociáveis, emitindo, assim, os *Discount Bonds* e os *Par Bonds*. Na sequência, doze outros países na Ásia, América Latina, África e Europa Oriental seguiram esta estratégia⁴, sendo que Brasil, México e Argentina contabilizam dois terços dos Brady Bonds emitidos⁵.

A maioria destes títulos é denominada em Dólar Americano, com 70% tendo maturidade acima de 10 anos, e são divididos entre instrumentos de renda fixa e flutuante. Os Brady Bonds se tornaram atraentes pois possuem *collateral*⁶ do principal nos títulos do Tesouro dos Estados Unidos,

³ As opções eram: trocar empréstimos por títulos soberanos; utilizar títulos com vencimento do valor de face e taxa de juros fixa, ou com desconto e taxa flutuante ou ainda um novo empréstimo com reestruturação dos pagamentos.

⁴ São eles: Brasil, Argentina, Venezuela, Bulgária, Costa Rica, República Dominicana, Filipinas, Uruguai, Marrocos, Nigéria e Equador.

⁵ Podem ser destacados os Par Bonds, Discount Bonds (DB), Debt Conversion Bonds (DCB), New Money Bonds (NMB), Front-Load Interest Reduction Bonds (FLIRB'S), Capitalization Bonds (C-Bonds) e o Interest Due Unpaid (IDU).

⁶ *Collateral* é um ativo dado em garantia a um credor até que seu empréstimo seja honrado. Se o tomador se torna inadimplente, o credor tem o direito legal de apreender o bem empenhado ou caucionado e vendê-lo para solução do empréstimo.

com taxas de juro fixas ou flutuantes, oferecem taxas de retornos atrativas aos investidores, o que possibilita a diversificação do portfólio, e serem de fácil negociação no mercado secundário, no qual os mais líquidos e comuns são os *Par Bonds* e os *Discount Bonds*, justamente por possuírem uma vida média longa e uma projeção de amortização.

Os preços dos Brady Bonds sofrem várias influências que podem estar relacionadas tanto com o país emissor, quanto com o *collateral*. Desta forma, as variações no crescimento económico dos países devedores geram incertezas no mercado e afeta o risco soberano, devido ao aumento das probabilidades de *default*⁷. Além do mais, as modificações no mercado dos títulos do Tesouro dos Estados Unidos (*collateral*), as variações nas taxas de juros internacionais, e as mudanças no retorno relativo dos títulos, como a desvalorização ocorrida no México em 1994 e no Brasil em 1999 acabam, também, afetando o preço dos Bradies.

Estes títulos se tornaram para o investidor internacional um termómetro em relação a performance das economias emergentes, sendo sensíveis às variações de risco de investimento nestes países⁸. Logo, é natural que exista uma maior volatilidade associada aos ativos destes países principalmente com os títulos da dívida externa.

Nos últimos anos ocorreram vários ajustes estruturais que foram promovidos com o objetivo de estabilizar as economias emergentes entretanto, como este processo envolveu elevados custos, muitos governos encontraram dificuldades em evitar as pressões nas taxas de câmbio e a elevação nas taxas de juros internas.

Como para o investidor internacional estes países possuem geralmente problemas similares nos fundamentos da economia, acaba-se por acreditar que quando surge uma crise económica em um determinado país a probabilidade de disseminação para as demais regiões é alta (efeito contágio). Sendo assim, podemos concluir que existe uma percepção comum em relação ao risco entre as economias emergentes.

A sequência de crises financeiras ocorridas recentemente, (México em 1994, Ásia em 1997, Rússia em 1998 e Brasil em 1999), suscitaram discussões acerca desta relação de risco entre as economias emergentes, ou pelo efeito contágio ou pela existência de correlação⁹.

⁷ Izvorski (1998) calcula a probabilidade de *default* implícita nos preços dos Brady Bonds de 7 países em desenvolvimento.

⁸ Por exemplo, muitos analistas medem o “risco Brasil” fazendo uso do *Spread over Treasury*, ou seja, quantos pontos base o *C-Bond* está sendo negociado no mercado acima de um título do governo Americano que tenha maturidade similar.

⁹ Se a volatilidade no mercado financeiro de um dado país é alta, um fundo de investimento poderia vender seus títulos daquele país ou de algum outro a ele correlacionado e adquirir ativos de países fora de crise. Este movimento gera o efeito contágio nos demais países e regiões do mundo.

Quando ocorreram estas crises, mais do que depressa os governos das outras nações se apressaram em declarar que seus respectivos países possuíam fundamentos econômicos diferentes, o que deveria ser interpretado pelos investidores como a não existência de uma correlação entre seus ativos, e que o risco de contágio estava, portanto, afastado. Na realidade, entretanto, não foi isto o que se observou, principalmente na América Latina.

Se realmente os ativos não são correlacionados e não há o risco de contágio, ou seja, os investidores internacionais acreditam que estes mercados são relativamente independentes, é esperado que a volatilidade dos Bradies de características equivalentes entre estes países, como, por exemplo, os *Par Bonds*, não apresentem movimentos comuns ao longo do tempo.

Com o intuito de analisar este comportamento, o presente trabalho procura mostrar como é a relação de volatilidade entre os *Par Bonds* de quatro países Latino Americanos (México, Brasil, Argentina e Venezuela) através do uso de modelos de volatilidade estocástica multivariados.

Os *ParBonds* são utilizados por possuírem maturidade de longo prazo, estarem entre os mais líquidos, e por serem emitidos pelos quatro países aqui considerados, o que permite uma análise da ligação de risco que considere um ativo comum. Aqui deve ser salientado que o pagamento de *coupon* dos *Par Bonds* do México estão vinculados ao preço futuro do petróleo e aos rendimentos obtidos com a exportação desta *commodity*. A negociação do *Par Bond* é feita com valor de face de 100%, mas com *coupon* menor do que o mercado, e o *collateral* do principal, geralmente, é o título do Tesouro dos E.U.A. de *coupon* zero, fazendo com que o preço deste título se constitua em um piso para o valor do Brady¹⁰.

Portanto, o objetivo deste trabalho é determinar os componentes estocásticos e as características comuns presentes na volatilidade dos *Par Bonds*. Para tanto, este paper é dividido em 4 seções. Na primeira seção são discutidas as características dos modelos de volatilidade estocástica univariados e na segunda, os multivariados. Após a apresentação do instrumental estatístico, a seção três descreve as características dos dados a serem utilizados, com os resultados das estimações. Por fim, as conclusões são apresentadas na seção quatro.

1. Volatilidade Estocástica Univariada

Um modelo de série de tempo estrutural univariado, como apresentado em Harvey(1996), pode ser formulado como na equação (1.1),

¹⁰ O *coupon* é uma taxa de juros em um título representativo de dívida cujo pagamento é prometido pelo emissor ao titular até o vencimento final, sendo expresso com percentual do valor de face do título. Uma obrigação (título) sem *coupon* de juros é denominada de *zero-coupon*.

$$y_t = \alpha + \beta_1 y_{t-1} + \beta_2 y_{t-2} + \beta_3 y_{t-3} + \beta_4 y_{t-4} + \beta_5 y_{t-5} + \beta_6 y_{t-6} + \beta_7 y_{t-7} + \beta_8 y_{t-8} + \beta_9 y_{t-9} + \beta_{10} y_{t-10} + \beta_{11} y_{t-11} + \beta_{12} y_{t-12} + \beta_{13} y_{t-13} + \beta_{14} y_{t-14} + \beta_{15} y_{t-15} + \beta_{16} y_{t-16} + \beta_{17} y_{t-17} + \beta_{18} y_{t-18} + \beta_{19} y_{t-19} + \beta_{20} y_{t-20} + \beta_{21} y_{t-21} + \beta_{22} y_{t-22} + \beta_{23} y_{t-23} + \beta_{24} y_{t-24} + \beta_{25} y_{t-25} + \beta_{26} y_{t-26} + \beta_{27} y_{t-27} + \beta_{28} y_{t-28} + \beta_{29} y_{t-29} + \beta_{30} y_{t-30} + \beta_{31} y_{t-31} + \beta_{32} y_{t-32} + \beta_{33} y_{t-33} + \beta_{34} y_{t-34} + \beta_{35} y_{t-35} + \beta_{36} y_{t-36} + \beta_{37} y_{t-37} + \beta_{38} y_{t-38} + \beta_{39} y_{t-39} + \beta_{40} y_{t-40} + \beta_{41} y_{t-41} + \beta_{42} y_{t-42} + \beta_{43} y_{t-43} + \beta_{44} y_{t-44} + \beta_{45} y_{t-45} + \beta_{46} y_{t-46} + \beta_{47} y_{t-47} + \beta_{48} y_{t-48} + \beta_{49} y_{t-49} + \beta_{50} y_{t-50} + \beta_{51} y_{t-51} + \beta_{52} y_{t-52} + \beta_{53} y_{t-53} + \beta_{54} y_{t-54} + \beta_{55} y_{t-55} + \beta_{56} y_{t-56} + \beta_{57} y_{t-57} + \beta_{58} y_{t-58} + \beta_{59} y_{t-59} + \beta_{60} y_{t-60} + \beta_{61} y_{t-61} + \beta_{62} y_{t-62} + \beta_{63} y_{t-63} + \beta_{64} y_{t-64} + \beta_{65} y_{t-65} + \beta_{66} y_{t-66} + \beta_{67} y_{t-67} + \beta_{68} y_{t-68} + \beta_{69} y_{t-69} + \beta_{70} y_{t-70} + \beta_{71} y_{t-71} + \beta_{72} y_{t-72} + \beta_{73} y_{t-73} + \beta_{74} y_{t-74} + \beta_{75} y_{t-75} + \beta_{76} y_{t-76} + \beta_{77} y_{t-77} + \beta_{78} y_{t-78} + \beta_{79} y_{t-79} + \beta_{80} y_{t-80} + \beta_{81} y_{t-81} + \beta_{82} y_{t-82} + \beta_{83} y_{t-83} + \beta_{84} y_{t-84} + \beta_{85} y_{t-85} + \beta_{86} y_{t-86} + \beta_{87} y_{t-87} + \beta_{88} y_{t-88} + \beta_{89} y_{t-89} + \beta_{90} y_{t-90} + \beta_{91} y_{t-91} + \beta_{92} y_{t-92} + \beta_{93} y_{t-93} + \beta_{94} y_{t-94} + \beta_{95} y_{t-95} + \beta_{96} y_{t-96} + \beta_{97} y_{t-97} + \beta_{98} y_{t-98} + \beta_{99} y_{t-99} + \beta_{100} y_{t-100} + \epsilon_t \quad t = 1, \dots, T \quad (1.1)$$

onde ϵ_t tem média zero e variância σ^2 , e os componentes não observáveis são dados pelo nível (α), a sazonalidade (β_t) e o componente cíclico (γ_t). Considere agora que o retorno de um ativo (R_t) seja dado por

$$R_t = \alpha + \beta_1 R_{t-1} + \beta_2 R_{t-2} + \beta_3 R_{t-3} + \beta_4 R_{t-4} + \beta_5 R_{t-5} + \beta_6 R_{t-6} + \beta_7 R_{t-7} + \beta_8 R_{t-8} + \beta_9 R_{t-9} + \beta_{10} R_{t-10} + \beta_{11} R_{t-11} + \beta_{12} R_{t-12} + \beta_{13} R_{t-13} + \beta_{14} R_{t-14} + \beta_{15} R_{t-15} + \beta_{16} R_{t-16} + \beta_{17} R_{t-17} + \beta_{18} R_{t-18} + \beta_{19} R_{t-19} + \beta_{20} R_{t-20} + \beta_{21} R_{t-21} + \beta_{22} R_{t-22} + \beta_{23} R_{t-23} + \beta_{24} R_{t-24} + \beta_{25} R_{t-25} + \beta_{26} R_{t-26} + \beta_{27} R_{t-27} + \beta_{28} R_{t-28} + \beta_{29} R_{t-29} + \beta_{30} R_{t-30} + \beta_{31} R_{t-31} + \beta_{32} R_{t-32} + \beta_{33} R_{t-33} + \beta_{34} R_{t-34} + \beta_{35} R_{t-35} + \beta_{36} R_{t-36} + \beta_{37} R_{t-37} + \beta_{38} R_{t-38} + \beta_{39} R_{t-39} + \beta_{40} R_{t-40} + \beta_{41} R_{t-41} + \beta_{42} R_{t-42} + \beta_{43} R_{t-43} + \beta_{44} R_{t-44} + \beta_{45} R_{t-45} + \beta_{46} R_{t-46} + \beta_{47} R_{t-47} + \beta_{48} R_{t-48} + \beta_{49} R_{t-49} + \beta_{50} R_{t-50} + \beta_{51} R_{t-51} + \beta_{52} R_{t-52} + \beta_{53} R_{t-53} + \beta_{54} R_{t-54} + \beta_{55} R_{t-55} + \beta_{56} R_{t-56} + \beta_{57} R_{t-57} + \beta_{58} R_{t-58} + \beta_{59} R_{t-59} + \beta_{60} R_{t-60} + \beta_{61} R_{t-61} + \beta_{62} R_{t-62} + \beta_{63} R_{t-63} + \beta_{64} R_{t-64} + \beta_{65} R_{t-65} + \beta_{66} R_{t-66} + \beta_{67} R_{t-67} + \beta_{68} R_{t-68} + \beta_{69} R_{t-69} + \beta_{70} R_{t-70} + \beta_{71} R_{t-71} + \beta_{72} R_{t-72} + \beta_{73} R_{t-73} + \beta_{74} R_{t-74} + \beta_{75} R_{t-75} + \beta_{76} R_{t-76} + \beta_{77} R_{t-77} + \beta_{78} R_{t-78} + \beta_{79} R_{t-79} + \beta_{80} R_{t-80} + \beta_{81} R_{t-81} + \beta_{82} R_{t-82} + \beta_{83} R_{t-83} + \beta_{84} R_{t-84} + \beta_{85} R_{t-85} + \beta_{86} R_{t-86} + \beta_{87} R_{t-87} + \beta_{88} R_{t-88} + \beta_{89} R_{t-89} + \beta_{90} R_{t-90} + \beta_{91} R_{t-91} + \beta_{92} R_{t-92} + \beta_{93} R_{t-93} + \beta_{94} R_{t-94} + \beta_{95} R_{t-95} + \beta_{96} R_{t-96} + \beta_{97} R_{t-97} + \beta_{98} R_{t-98} + \beta_{99} R_{t-99} + \beta_{100} R_{t-100} + \epsilon_t \quad t = 1, \dots, T \quad \epsilon_t \sim NID(0,1) \quad (1.2)$$

A volatilidade de R_t , (h_t) pode ser determinada como um componente não observável, que apresente determinada característica de evolução no tempo. Assim, elevando os retornos ao quadrado e extraindo o log é obtido;

$$\log R_t^2 = h_t + \log \epsilon_t^2 \quad \text{onde } h_t = \log \sigma_t^2 \quad (1.3)$$

Note que $\log \epsilon_t^2$ tem distribuição log normal e que $E(\log \epsilon_t^2) = -1,27$ e $E[(\log \epsilon_t^2)^2] = 1,27$.

Suponha agora a existência de um processo de inovação ϵ_t dado por $\epsilon_t = \log \epsilon_t^2 - E(\log \epsilon_t^2)$, de forma que; $E(\epsilon_t) = 0$ e $Var(\epsilon_t) = 1,27$. Como $E(\log \epsilon_t^2) = -1,27$, então $\log \epsilon_t^2 = \epsilon_t - 1,27$. Portanto¹¹, (1.3) pode ser modificado de forma a obter-se

$$\log R_t^2 = h_t + \epsilon_t - 1,27 \quad (1.4)$$

Com (h_t) sendo o componente não observável, a sua evolução no tempo pode seguir, por exemplo, um processo autoregressivo de ordem 1, do tipo

$$h_t = \alpha + \beta h_{t-1} + \epsilon_t \quad (1.5)$$

¹¹ Para maiores detalhes sobre as características do modelo de volatilidade estocástica univariado, ver Ruiz (1994), Herência (1997) ou ainda Morais e Portugal (1999).

Assim, as equações (1.4) e (1.5), constituem o modelo de volatilidade estocástica no formato espaço de estados, onde (h_t) é o componente não observável, ou seja, a variância estocástica. Se $\alpha = 1$, então h_t é um random walk e o melhor predictor linear dos valores correntes de h_t é um EWMA (*Exponentially Weighted Moving Average*)¹² de valores passados de $\log R_t^2$. Note que aqui há uma relação com o modelo determinístico IGARCH¹³.

Como o modelo não tem uma distribuição gaussiana, no presente trabalho é empregado o filtro de Kalman para a estimação dos hiperparâmetros $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ com o uso do método de quasi-máxima verossimilhança, de tal forma que temos

$$\text{Log} L_Q(R/\theta) = -\frac{n}{2} \log 2\pi - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^n \log F_t - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^n \frac{v_t^2}{F_t} \quad (1.6)$$

onde $R=(R_1, \dots, R_n)$ são os retornos, v_t é o erro de previsão um passo a frente para o melhor estimador linear de $\log R_t^2$, enquanto que F_t é o erro quadrado médio e θ o vetor de parâmetros desconhecidos. Neste caso, como $\log R_t^2$ não tem distribuição normal, o estimador de quasi-verossimilhança é um estimador subótimo.

2. Volatilidade Estocástica Multivariada

Os modelos de série de tempo estrutural multivariados são interessantes pois podem revelar relações em comum entre as séries utilizadas, em que esta relação pode ser observada através da correlação dos erros de seus componentes não observáveis. Além do mais, os modelos multivariados são flexíveis a ponto de permitirem a imposição de determinadas restrições, de forma que seja possível obter uma tendência, um ciclo ou uma inclinação comum¹⁴, ou ainda, tornar as matrizes de covariância dos erros proporcionais (modelo denominado de sistema homogêneo). Estas matrizes de covariância correspondem aos parâmetros da variância no modelo univariado, sendo que na diagonal principal estão as variâncias dos correspondentes distúrbios, acima da diagonal as correlações e abaixo as covariâncias.

¹² Ver Harvey (1996)

¹³ No modelo estrutural, $\alpha = 1$ é equivalente a $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$ no caso do GARCH(1,1), onde $h_t = \alpha_0 + \alpha_1 R_{t-1}^2 + \alpha_2 h_{t-1}$. Ver Engle and Bollerslev (1986).

¹⁴ A presença de fatores comuns significa que as matrizes de covariância dos erros relevantes são menores do que o posto completo. Para uma explicação detalhada da decomposição destes modelos, ver Harvey e Koopman (1997), ou ainda Harvey (1996).

Desta forma, o modelo estrutural multivariado com componentes sendo correlacionados temporalmente é similar ao SUTSE (*Seemingly Unrelated Time Series Equations*). Contudo, como pode existir uma correlação entre os erros das séries, no modelo SUTSE cada série pode ser modelada como no caso univariado¹⁵. Se as matrizes de covariância dos erros são proporcionais, significando que as séries tem as mesmas propriedades dinâmicas¹⁶, então o modelo SUTSE é homogêneo.

A generalização da volatilidade estocástica univariada para o caso multivariado é relativamente simples. Suponha N séries de retornos, de forma que \mathbf{R}_t é um vetor $N \times 1$. Assim, existirá um vetor $\boldsymbol{\varepsilon}_t$ $N \times 1$ de componentes irregulares que produzirá uma matriz de covariância $\boldsymbol{\Sigma}$ para os componentes do vetor $\boldsymbol{\varepsilon}_t$. Considere, que este vetor (\mathbf{R}_t) de retornos obedeça a seguinte relação:

$$R_{it} = \boldsymbol{\Sigma}_{it} \boldsymbol{\varepsilon}_{it} \quad t = 1, \dots, T \quad i = 1, \dots, N \quad (2.1)$$

no qual R_{it} é a observação da série de retorno i no tempo t , e $\boldsymbol{\varepsilon}_{it}$ é o componente irregular i no tempo t de um vetor $\boldsymbol{\varepsilon}_t$ $N \times 1$ de componentes irregulares com média zero e matriz de covariância $\boldsymbol{\Sigma}$, com os elementos da diagonal sendo 1 e os fora da diagonal representados por $\boldsymbol{\Sigma}_{it}$. Note que a equação 2.1 é o caso multivariado de 1.2.

Procedendo como no modelo univariado, e generalizando o processo AR(1) do componente variância para as N séries, $h_{it} = \boldsymbol{\Sigma}_i h_{it-1} + \boldsymbol{\varepsilon}_{it}$, onde h_{it} descreve a variância estocástica da série i no tempo t , pode ser obtida a formulação em espaço de estado do caso multivariado:

$$\log R_{it}^2 = \boldsymbol{\Sigma}_i \boldsymbol{\varepsilon}_t + h_{it} \quad (2.2)$$

$$h_{it} = \boldsymbol{\Sigma}_i h_{it-1} + \boldsymbol{\varepsilon}_{it}$$

onde $\log R_{it}^2$ e $\boldsymbol{\varepsilon}_t$ são vetores $N \times 1$ com $\boldsymbol{\Sigma}_{it} = \log \boldsymbol{\Sigma}_{it}^2 = 1,27$ e t é um vetor $N \times 1$ de números 1. Aqui, o conjunto de equações (2.2) é similar ao conjunto (1.4) e (1.5) e, da mesma forma, não tem distribuição gaussiana. Sendo assim, pode ser utilizado o estimador de quasi-máxima verossimilhança para obter os hiperparâmetros do modelo, onde a quantidade destes dependerá da imposição ou não de restrições¹⁷.

¹⁵ Ver Harvey (1996)

¹⁶ A mesma função de autocorrelação para a forma estacionária do modelo.

¹⁷ Tanto no modelo univariado como no multivariado, $\boldsymbol{\varepsilon}_t$ e $\boldsymbol{\varepsilon}_t$ são não correlacionados. Ver Harvey (1994).

Neste trabalho, para cada série de retornos é formulada uma equação do tipo:

$$R_{it} = \alpha_0 + \sum_{p=1}^T \alpha_p R_{it-p} + \sum_{q=0}^Z \alpha_q D_q + \epsilon_{it} \quad i=1, \dots, N \quad (2.3)$$

onde R_{it} é o retorno, D_q são variáveis *dummies* (intervenção) e ϵ_{it} são os resíduos. Obtido o vetor de resíduos $\epsilon_{it} = (\epsilon_{1t}, \dots, \epsilon_{Nt})'$ e assumindo que estes sejam dados por

$$\epsilon_{it} = \sigma_i \epsilon_{it}^* \quad t = 1, \dots, T \quad i = 1, \dots, N \quad (2.4)$$

o modelo multivariado de variância estocástica pode então ser formulado de forma similar ao conjunto de equações (2.2)¹⁸.

Como em (2.4) podem ser encontrados valores para ϵ_{it} iguais a zero, o que impossibilitaria a aplicação do operador log, é necessário que seja feita alguma transformação de forma a eliminar estes valores. Uma das alternativas é subtrair de ϵ_{it} a média, como em Harvey(1994). Uma outra alternativa é utilizar a equação

$$\log \left(\frac{\epsilon_{it}^2}{\sum_{i=1}^N \epsilon_{it}^2} \right) = \log \left(\frac{\epsilon_{it}^2}{c S_{\epsilon_i}^2} \right) + \frac{c S_{\epsilon_i}^2}{\sum_{i=1}^N \epsilon_{it}^2} \quad (2.5)$$

que segue uma transformação baseada na série de Taylor, $S_{\epsilon_i}^2$ é a variância amostral de ϵ_i e c um parâmetro de valor pequeno¹⁹. Uma das vantagens da aplicação do Filtro de Kalman é que este permite que sejam obtidas estimativas da volatilidade estocástica tanto filtrada quanto suavizada.

Como a volatilidade suavizada é encontrada considerando toda a informação disponível e o propósito deste trabalho não é a previsão pontual e sim detectar a existência de características comuns das séries, a consideração da volatilidade estocástica suavizada permitirá obter ganhos de inferência. Com a utilização de $\log \left(\frac{\epsilon_{it}^2}{\sum_{i=1}^N \epsilon_{it}^2} \right)$, a variância dos resíduos da equação (2.3) pode ser obtida a partir da aplicação de (2.6),

¹⁸ O processo de estimação do caso multivariado é, como pode ser visto, uma generalização do caso univariado. Uma explicação detalhada do caso univariado pode ser encontrada em Morais e Portugal (1999) ou em Herencia (1997). Em Koopman (1995), Harvey (1996) e Harvey, Ruiz e Shephard (1994) há uma explicação de modelos de volatilidade estocástica multivariados.

¹⁹ O pacote estatístico utilizado é o Stamp 5.0, onde é proposta esta transformação, com c tendo valor 0,02 no *default* do programa.

$$Vol_{it,p} = \exp(N_{it} + 1,27 + h_{it,p}) \quad (2.6)$$

onde $p = \text{suavizado ou filtrado}$, N_{it} é o nível da série i e h_{it} é a estimativa da volatilidade.

3. Características dos Dados

Neste trabalho são utilizados os preços dos *Par Bonds* de quatro países Latino Americanos, México, Brasil, Argentina e Venezuela, entre 09/agosto/1994 e 15/setembro/1999²⁰, perfazendo um total de 1261 dados.

Como pode ser visto no gráfico 3.1, estes preços apresentam um comportamento similar ao longo deste período, no qual é evidente o impacto das crises ocorridas no México, na Ásia, a moratória da Rússia além da mudança de regime cambial no Brasil, o que leva a crer, a princípio, na existência de correlação entre os preços dos *Par Bonds*. Esta correlação pode significar uma percepção pelo risco única por parte dos investidores internacionais em relação aos títulos da dívida externa dos países da América Latina.

Os retornos destes títulos são calculados de acordo com a fórmula 3.1, onde pode ser visto no gráfico 3.2 o comportamento dos retornos dos *Par Bonds* do Brasil, e na tabela 3.1 as estatísticas das quatro séries.

$$R_{it} = \log P_{it} - \log P_{it-1} \quad (3.1)$$

aqui $i=1,2,3,4$ sendo que, R_{1t} representa os retornos da Argentina no tempo t , R_{2t} os retornos do México, R_{3t} do Brasil e R_{4t} da Venezuela.

Como pode ser visto, todas as séries são não normais, apresentam uma média de retornos com valores em torno de zero e um desvio padrão que é relativamente alto para a média encontrada, na qual o maior desvio é dado pelos retornos dos *Par Bonds* da Argentina e o menor do México. O teste de Q-Ljung-Box realizado para os retornos e retornos ao quadrado, sugere a investigação da existência de dependência temporal nos segundos momentos. Esta característica pode ser modelada a partir de formulações determinísticas como os modelos GARCH multivariados, contudo aqui serão

²⁰ Operíodo amostral termina antes da declaração por parte do governo do Equador de não pagamento dos juros de seus *Bradies*.

utilizados modelos estocásticos pois estes permitem que sejam determinadas as características comuns das séries²¹.

Gráfico 3.1. - Preço de compra dos Par Bonds

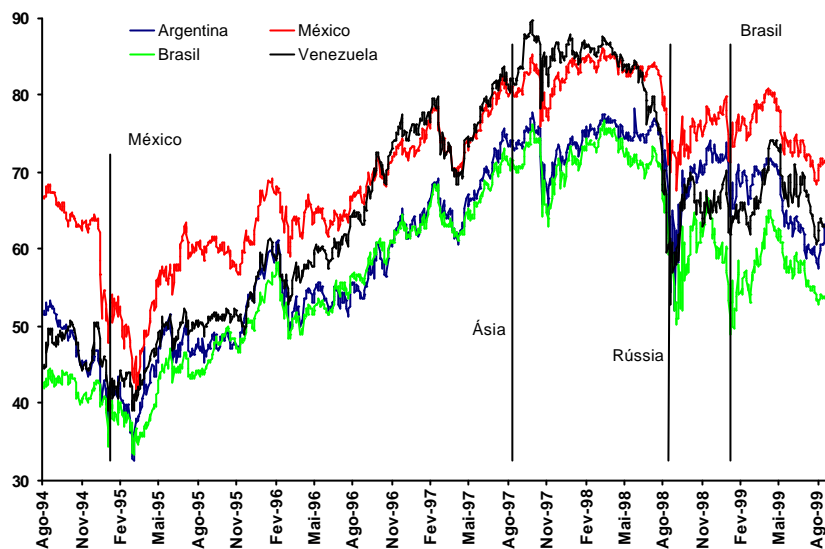
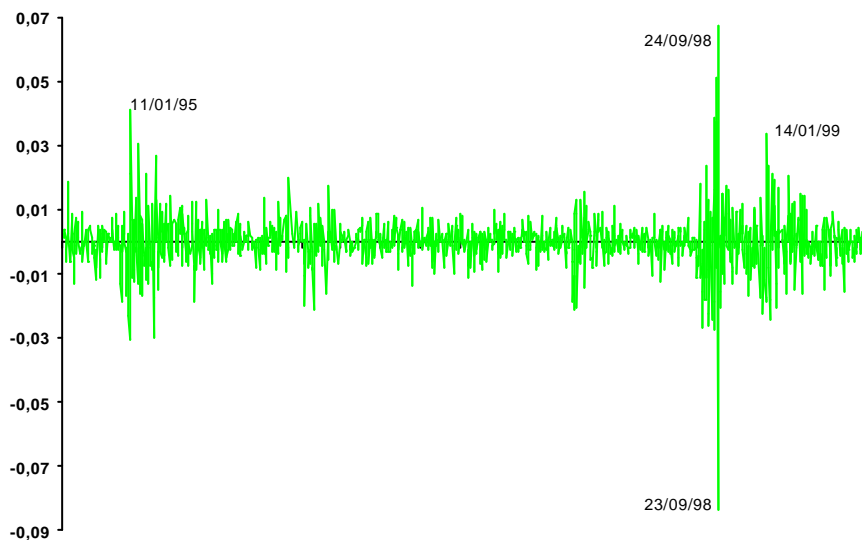


Gráfico 3.2 - Retornos dos Par Bonds - Brasil



²¹ Racine e Ackert (1998), utilizam o modelo M-Garch para analisar o comportamento de três índices de ações do mercado Norte Americano e seus preços futuros associados.

Tabela 3.1 – Estatísticas para as Séries de Retornos

	México	Brasil	Argentina	Venezuela
Média	3.138E-05	0.0001	6.75E-05	0.00012
Desvio Padrão	0.005738	0.00765	0.00825	0.006816
Teste de Normalidade	910.96**	2857.9**	3189.9**	1581**
Retorno Máximo	0.038918	0.067543	0.079877	0.051267
Retorno Mínimo	-0.045438	-0.083337	-0.08161	-0.064741

Nota: (**) Hipótese H_0 de normalidade significativa a 1%.

Apesar de não entrar na formulação, a equação da média que será usada para cada série é importante no sentido de produzir resíduos não autocorrelacionados, que serão utilizados para calcular a volatilidade estocástica, seguindo as equações (2.3) à (2.5). Mesmo sendo comum a existência de equações do tipo AR(1) para séries financeiras, os testes revelaram que autocorrelações de lags diferentes estão aqui presentes. Além do mais, os períodos relacionados às crises dos países emergentes, apresentam grande oscilação, o que implica na presença de valores extremos. Para eliminar este efeito, são utilizadas variáveis *dummies* de *outlier*. As equações (3.2 – 3.5) mostram as melhores relações para a série de retornos dos países analisados²², onde entre parênteses estão os desvios-padrão.

$$R_{1t} = 0,058 R_{1t-2} + 0,05888 R_{1t-3} + 0,08632 R_{1t-4} + 0,03981 D1 + 0,0462 D2 + \epsilon_{1t} \quad (3.2)$$

(0,028) (0,028) (0,028) (0,002) (0,003)

$$R_{2t} = 0,0934 R_{2t-2} + 0,0577 R_{2t-4} + 0,0371 D1 + 0,0298 D2 + \epsilon_{2t} \quad (3.3)$$

(0,028) (0,028) (0,003) (0,003)

$$R_{3t} = 0,06855 R_{3t-2} + 0,06359 R_{3t-3} + 0,057 D1 + 0,08121 D2 + \epsilon_{3t} \quad (3.4)$$

(0,028) (0,028) (0,007) (0,007)

$$R_{4t} = 0,06689 R_{4t-1} + 0,0538 R_{4t-4} + 0,06362 D1 + 0,04321 D2 + \epsilon_{4t} \quad (3.5)$$

(0,028) (0,028) (0,004) (0,004)

Todos os coeficientes são significativos, e a tabela 3.2 mostra o teste de Ljung-Box para os resíduos das 4 séries e, como pode ser visto, são todos não auto-correlacionados.

Com o vetor de resíduos encontrado, $\epsilon_t = (\epsilon_{1t}, \epsilon_{2t}, \epsilon_{3t}, \epsilon_{4t})$ é feita então a transformação pelo uso da equação (2.5) que elimina os resíduos de valor zero, de forma a obter um vetor h_t , onde $h_{it} = \log \epsilon_{it}^2$, para, então, ser estimada a volatilidade estocástica. Inicialmente são utilizados modelos

²² Em todas as séries, *D1* é uma *dummy* de *outlier* para os retornos negativos, com dias diferentes para cada série, e *D2* as *dummies* de retornos positivos.

univariados, para se testar a inclinação da volatilidade para cada série de retornos²³. A tabela 3.3 apresenta os resultados encontrados.

Tabela 3.2 – Teste de Ljung-Box para os resíduos

Q(lag)/Séries	México	Brasil	Argentina	Venezuela
Q(1)	0.1359**	0.0262**	0.9787**	0.007255*
Q(2)	0.1366*	0.0433*	0.993**	0.1231*
Q(3)	0.5068**	0.0816*	1.1197**	0.1547*
Q(4)	0.5089*	1.2486**	1.12**	0.1585*
Q(5)	2.45**	1.6709**	1.31**	1.6544**

Nota: Hipótese H_0 de não autocorrelação significativa a 1% (**) e a 5% (*).

Tabela 3.3 - Modelos SV univariados – Teste da inclinação

Componentes	México	Brasil	Argentina	Venezuela
$\chi^2_{irregular}$	1,6911	2,7574	0,0000	3,1257
$\chi^2_{nível}$	0,1558	0,0265	0,0344	0,00181
$\chi^2_{inclinação}$	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
χ^2_{φ}	0,349	0,2491	3,071	0,0632
Coefficiente AR(1)	-0,593	-0,3515	-0,041	0,944
Log-verossimilhança	-761,68	-763,54	-778,99	-792,02

Tabela 3.4 - Modelos SV univariados

Componentes	México	Brasil	Argentina	Venezuela
$\chi^2_{irregular}$	2,867	2,434	0,6841	3,129
$\chi^2_{nível}$	0,0232	0,0256	0,03302	0,000978
χ^2_{φ}	0,1182	0,592	2,3911	0,0621
Coefficiente AR(1)	-0,597	-0,1644	-0,0496	0,948
Log-verossimilhança	-755,75	-757,74	-773,26	-784,77

Com exceção da Venezuela, o coeficiente autoregressivo de ordem 1 das outras 3 séries foram negativos e todos os valores do máximo do log da verossimilhança foram bem próximos, com o maior sendo encontrado pela série do México (-761,66). Como pode ser verificado, o componente

²³ O modelo no formato espaço de estados que testa a inclinação tem a forma;

$$\begin{aligned}
 & \varphi_{it} \quad N_{it} \quad h_{it} \quad \varphi_{it} \\
 & N_{it} \quad N_{it?1} \quad \varphi_{it?1} \quad \varphi_{it} \\
 & \varphi_{it} \quad \varphi_{it?1} \quad \varphi_{it} \\
 & h_{it} \quad \varphi_{it?1} \quad \varphi_{it}
 \end{aligned}$$

da inclinação, $\sigma_{inclinação}^2$ é igual a zero para as quatro séries, o que demonstra a inclinação ser determinística e não estocástica. A tabela 3.4²⁴ apresenta os valores para o modelo sem a inclinação.

Note que agora, retirando $\sigma_{inclinação}^2$, o componente irregular para a Argentina passa de 0,00 para 0,6841, e os coeficientes AR(1) do México, Argentina, Venezuela e Brasil ainda continuam com valores próximos aos encontrados no modelo anterior. Entretanto, como as séries de retornos não parecem ter um nível estocástico²⁵, pode ser estimado um modelo com nível fixo. Esta formulação será aqui denominada de modelo estacionário pelo fato de ser imposta a restrição, $|\rho| < 1$ ²⁶ na equação da variância estocástica (1.5). Seus resultados podem ser vistos na tabela 3.5.

Tabela 3.5 - Modelos SV univariados - Estacionário

Componentes	México	Brasil	Argentina	Venezuela
$\sigma_{irregular}^2$	3,0381	3,019	3,074	3,147
σ_{ρ}^2	0,0315	0,0389	0,0451	0,0532
Coeficiente AR(1)	0,9803	0,973	0,970	0,963
Log-verossimilhança	-752,87	-753,00	-767,91	-785,10

Note que o coeficiente AR(1) de todas as séries são muito próximos de 1, o que revela alta persistência na volatilidade dos *Par Bonds*, sendo o do México o maior (0,98) e também o que apresenta o maior log da verossimilhança. Desta forma, impondo a restrição que $\rho < 1$, ou seja, assumindo que o modelo é não estacionário na qual $h_{it} = \rho h_{it-1} + \epsilon_{it}$, a variância estocástica passa a ser um random walk. Os resultados para esta estimativa podem ser vistos na tabela 3.6.

Os componentes encontrados no modelo não estacionário, tanto da parte irregular quanto da volatilidade são próximos aos do modelo estacionário, enquanto que o valor do log da verossimilhança para as estimativas do modelo não estacionário são pouco menores do que aqueles na estimativa estacionária (tabela 3.5). O próximo passo é a estimação do modelo multivariado, os quais são formulados seguindo um movimento persistente na volatilidade, onde h_t é um random walk multivariado.

²⁴ Na tabela 3.4 estão os resultados da estimativa do modelo; $N_{it} = N_{it-1} + \epsilon_{it}$

$$h_{it} = \rho h_{it-1} + \epsilon_{it}$$

$$h_{it} = \rho h_{it-1} + \epsilon_{it}$$

²⁵ A estacionaridade é encontrada pelo teste de raiz unitária.

²⁶ Com nível fixo, o modelo segue o apresentado na nota 24, apenas considerando que; $N_{it} = N_{it-1}$. Sendo assim,

$\sigma_{nível}^2 = 0$, ou seja, o nível é determinístico.

Tabela 3.6 - Modelos SV univariados – Não - Estacionário

Componentes	México	Brasil	Argentina	Venezuela
$\hat{\gamma}^2_{irregular}$	3,065	3,0647	3,106	3,2263
$\hat{\gamma}^2_{\gamma}$	0,0219	0,0232	0,03037	0,02513
Coeficiente AR(1)	1	1	1	1
Log-verossimilhança	-756,86	-758,27	-774,037	-791,29

Os testes de raiz unitária (Phillips Perron e ADF) aplicados nas quatro séries indicam que são todas estacionárias, resultado esperado devido ao uso da equação 3.1. Entretanto, a confiança destes testes quando utilizada a forma reduzida do conjunto de equações 2.2., é questionável principalmente se existe alta persistência, ou seja, o coeficiente do AR(1) for próximo a 1, como é o caso dos resultados aqui encontrados.

Com este valor próximo a 1, os testes de raiz unitária rejeitam a hipótese nula de raiz unitária freqüentemente, devido a dificuldade de distinguir o modelo de um ruído branco²⁷. Neste sentido, seguindo Harvey, Ruiz and Shephard (1994), não é aqui utilizado o procedimento de Johansen(1988), aplicando então os modelos de nível local multivariado como descrito na equação 3.6, da qual é possível concluir o número de tendências comuns a partir da análise do componente principal da matriz estimada $\hat{\gamma}_{\gamma}$.

$$\log \hat{\gamma}_{it}^2 \sim 1,27t + h_t + \epsilon_t \quad (3.6)$$

$$h_t \sim h_{t-1} + \epsilon_t$$

Para este caso são estimados dois modelos. No modelo1 tem-se uma matriz $\hat{\gamma}_{\gamma}$ de posto completo, na qual h_t é $N \times K$ com $K=N$. No modelo2 é imposta uma restrição nesta matriz, de forma a obter fatores comuns da variância das séries ou seja, trabalha-se com a equação 3.7,

$$\log \hat{\gamma}_{it}^2 \sim 1,27t + h_t + \bar{h} + \epsilon_t \quad (3.7)$$

$$h_t \sim h_{t-1} + \epsilon_t$$

²⁷ Ver Pantula (1991) e Schwert (1989)

onde β é uma matriz $N \times K$ de coeficientes, com $K < N$, h_t e ϵ_t são vetores $N \times 1$, \bar{h} é um vetor $N \times 1$ com os K primeiros elementos sendo zero, e os $N-K$ sendo não restritos²⁸.

Portanto, estimando o modelo de nível local multivariado não restrito (equação 3.6), são obtidas as matrizes de covariância para os resíduos apresentadas abaixo.

	?	3,072	0,1101	0,3924	0,08638	?	?	0,0377	0,9998	0,9739	0,9675	?
$\hat{\Sigma}_{\epsilon}$?	0,3331	2,977	0,0449	0,27652	?	?	0,0395	0,0415	0,9739	0,9675	?
	?	1,189	0,1340	2,988	0,04785	?	?	0,0359	0,0376	0,0360	0,9841	?
	?	0,2704	0,8521	0,1477	3,190	?	?	0,0345	0,0362	0,0343	0,0337	?

Na diagonal principal estão as variâncias, acima da diagonal as correlações e abaixo as covariâncias²⁹. A Argentina e o México apresentam uma alta correlação no nível da volatilidade, ($\rho_{\epsilon_{ii}} = 0,9998$), ao passo que as demais correlações são pouco menores e bem próximas. No geral, as correlações de ϵ_t são maiores do que as correlações de ϵ_{t-1} , (na comparação entre o triângulo acima da diagonal principal). Esta alta correlação existente em $\hat{\Sigma}_{\epsilon}$ é um indicativo de que as volatilidades dos *Par Bonds* possuem uma relação temporal comum. O valor do log da verossimilhança para o modelo multivariado (-2787,02) é muito maior do que a soma dos logs dos modelos univariados (-3080,45) com forte convergência após 28 iterações, tendo sido considerados 20 hiperparâmetros.

A análise dos componentes principais da estimativa de $\hat{\Sigma}_{\epsilon}$ permite fazer um julgamento do número de possíveis tendências comuns (k), onde a presença de fatores comuns implica na existência de co-integração. Os resultados da análise do componente principal de $\hat{\Sigma}_{\epsilon}$ podem ser vistos na tabela 3.7. Nesta análise, a matriz de covariância da volatilidade é decomposta como $\hat{\Sigma}_{\epsilon} = D \Lambda D'$, onde Λ é a matriz de autovetores e D uma matriz diagonal de autovalores³⁰.

Tabela 3.7 – Análise do Componente Principal

Autovalores	0,1942	0,0000	0,1899	0,1837
Percentual de Variância	34,2	0	33,4	32,3

Os 3 autovalores diferentes de zero são próximos indicando que explicam percentuais aproximados. Desta forma, pode ser assumido que $K=3$, e passar a estimar o modelo 2, que produz as seguintes matrizes de covariância,

²⁸ N é o número de variáveis dependentes, que no presente caso é 4, ao passo que K determina o número de fatores comuns.

²⁹ As colunas e as linhas das matrizes seguem a seqüência das séries: Argentina, México, Brasil e Venezuela.

	3,072	0,1104	0,3931	0,0838		0,0379	0,9998	0,9719	0,9861
$\hat{\gamma}_1$	0,3341	2,980	0,0434	0,2725	$\hat{\gamma}_2$	0,0397	0,0416	0,9719	0,9861
$\hat{\gamma}_2$	1,192	0,1297	2,995	0,0427	$\hat{\gamma}_3$	0,0357	0,0374	0,0357	0,9974
$\hat{\gamma}_3$	0,2637	0,8442	0,1326	3,220	$\hat{\gamma}_4$	0,0350	0,0366	0,0343	0,0332

Aqui, $N=4$ e $K=3$ de tal forma que as séries de $\log \sigma_{it}^2$ são co-integradas no sentido de Engle e Granger(1987), ou seja, existe $N-K=1$ combinação linear de $\log \sigma_{it}^2$ que é ruído branco. As correlações dos componentes irregulares são baixas, tal como no modelo1, e novamente existe uma alta correlação entre o componente estocástico da volatilidade da série da Argentina e do México, enquanto que as demais correlações são maiores do que as obtidas no modelo1. O valor do máximo do log da verossimilhança para este modelo restrito é um pouco maior do que o anterior (-2788,07), mas ainda bastante superior a soma dos logs dos modelos univariados não-estacionários. Devido a restrição imposta, são estimados 19 hiperparâmetros, sendo que a convergência foi muito forte em 29 iterações.

Utilizando a equação 3.7 a relação entre as volatilidades dos *Par Bonds* dos quatro países pode ser escrita da seguinte forma

$$\begin{aligned}
\log \sigma_{1t}^2 &= 1,27 \hat{h}_{1t} \\
\log \sigma_{2t}^2 &= 1,27 + 1,048 \hat{h}_{1t} + \hat{h}_{2t} \\
\log \sigma_{3t}^2 &= 1,27 + 0,943 \hat{h}_{1t} + 0,01163 \hat{h}_{2t} + \hat{h}_{3t} \\
\log \sigma_{4t}^2 &= 1,27 + 0,9236 \hat{h}_{1t} + 0,01139 \hat{h}_{2t} + 0,0106 \hat{h}_{3t} + 0,781
\end{aligned} \tag{3.8}$$

onde $\bar{h} = 0,781$ na relação de $\log \sigma_{4t}^2$, e $\bar{h} = 0$ nas demais, pois os K primeiros elementos em \bar{h} são zero e os restantes $N-K$, são não restritos. Como os dados estão em log, pode ser aplicado 2.6 de forma a obter a volatilidade estocástica suavizada³¹.

³⁰ A matriz diagonal de autovalores D , obtida é [0,1947 0 0,1889]

³¹ Também foi estimado um modelo no qual $N=4$ e $K=2$, ou seja, assumindo a existência de 2 fatores comuns. O valor do log da verossimilhança deste modelo (-2789) é próximo ao obtido com 3 fatores comuns, e as correlações são bem próximas.

A relação entre as volatilidades é dada por:

$$\begin{aligned}
\log \sigma_{1t}^2 &= 1,27 + \hat{h}_{1t} \\
\log \sigma_{2t}^2 &= 1,27 + 1,041 \hat{h}_{1t} + \hat{h}_{2t} \\
\log \sigma_{3t}^2 &= 1,27 + 0,945 \hat{h}_{1t} + 0,01158 \hat{h}_{2t} + 0,5534 \\
\log \sigma_{4t}^2 &= 1,27 + 0,9224 \hat{h}_{1t} + 0,0113 \hat{h}_{2t} + 1,022
\end{aligned}$$

4. Conclusão

O modelo de volatilidade estocástica multivariado é uma generalização do caso univariado, no qual permite a inferência em relação a existência de tendências comuns entre as variâncias. No presente trabalho foram utilizadas as séries de preços de compra dos *Par Bonds* de quatro países Latino Americanos, México, Brasil, Argentina e Venezuela, entre 09/Agosto/1994 e 15/Setembro/1999.

Estimando inicialmente modelos univariados, é possível concluir que a inclinação é determinística, ou seja, é um componente fixo, e também que existe uma alta persistência na volatilidade devido aos valores encontrados para ρ , onde é utilizada a abordagem da quasi-máxima verossimilhança. A formulação estrutural multivariada aqui aplicada é uma alternativa à proposta por Johansen(1988) na presença de alta persistência na série em questão, permitindo determinar o número de fatores comuns presente no modelo. Desta forma, nos modelos multivariados é considerado que a volatilidade segue um processo random walk, com $\rho=1$.

Em um primeiro momento as matrizes de covariância são formuladas sem restrições, ou seja, com posto cheio, de onde é feita a análise sobre os componentes principais para concluir sobre o número de fatores comuns. È notado que existe uma alta correlação entre as volatilidades dos *Par Bonds* da Argentina e do México e que, no geral, todas as demais correlações para as outras séries são altas e bem superiores as correlações verificadas nos componentes irregulares. A estimativa seguintes considera $K=3$, onde K = número de fatores comuns.

Como os resultados encontrados para as correlações com $K=4$ e 3 são bem próximos, conclui-se que há um movimento comum entre as volatilidades, de forma que é esperado que os investidores tenham a mesma percepção pelo risco quando analisam os 4 países em conjunto e procuram determinar suas decisões de investimento. Desta forma, é possível que uma crise econômica na América Latina que afete os títulos da dívida externa de um dado país, tenha influências sobre a volatilidade dos demais ativos de características similares. Se por um lado uma maior oscilação dos preços dos ativos pode trazer oportunidades de ganho em aplicações, por outro embute um maior risco nas negociações, que pode vir a ser difundido entre os demais ativos do país em questão e no continente.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- CALDERON, P. E., FONTES, R. (1998), “Credibilidade e Mercado Secundário da Dívida Externa Brasileira”, *Análise Econômica*, ano 16, nº 30, p.69-90
- ENGLE, R. F. e BOLLERSLEV, T. (1986), “Modelling The Persistence of Conditional Variances” (with discussion), *Econometrics Reviews*, vol. 5, p.1-50, p.81-87.
- ENGLER, R. F. e GRANGER, C. W. T. (1987), “Co-integration and Error Correction: Representation, Estimation and Testing”, *Econometrica*, vol. 55, p. 251-76.
- HARVEY, A. C. (1989), *Forecasting, Structural Time Series Models and the Kalman Filter*, Cambridge University Press, Cambridge.
- HARVEY, A. C. (1997), “Trends, Cycles and Autoregressions”, *The Economic Journal*, vol. 107, p. 192-201.
- HARVEY, A. C. e KOOPMAN, S. J. (1997), “Multivariate Structural Time Series Models, in C. Heiji, H. Schumacher, B. Hanzon e C. Praagnan (eds), *System Dynamics in Economic and Financial Models*, John Wiley and Sons.
- HARVEY, A. C. e NYBLON, J. (1999), “Tests of Common Stochastic Trends”, *DAE Working Paper N° 9902*.
- HARVEY, A. C., RUIZ, E. E SHEPHARD, N. (1994), “Multivariate Stochastic Variance Models”, *Review of Economic Studies*, vol. 61, p. 247-264.
- HARVEY, A. C., KOOPMAN, S. J. E PENZER, J. (1998), “Messy Time Series: A Unified Approach”, *Advances in Econometrics*, vol. 13, p. 103-143.
- HERENCIA, M. E. Z. (1997), Volatilidade nos Modelos ARCH e Variância Estocástica: Um Estudo Comparativo. Campinas, dissertação de mestrado apresentada no IME, Unicamp.
- IZVORSKI, I. (1998), “Brady Bonds and default Probabilities”, *IMF Working Paper*, 98/16.
- KOOPMAN, S. J., HARVEY, A. C., DOORNIK, J. A. E SHEPHARD, N. (1995), *State Space Structural Time Series Analysis, Modeller and Predictor*, Chapman & Hall, Londres.
- MORAIS, I. A. C. e PORTUGAL, M. S. (1999), “Modelagem e Previsão de Volatilidade Determinística e Estocástica para a Série do IBOVESPA”, *Estudos Econômicos*, vol. 29 n. 3, p.303-341.
- PANTULA, S. G. (1991), “Asymptotic Distribution of Unit-Root Tests When the Process is Nearly Stationary”, *Journal of Business and Economic Statistics*, vol. 9, p. 63-71.
- RACINE, M.R. e Ackert, L.F. (1998), “Time Varying Volatility in Canadian and U.S. Stock Index and Index Futures Markets: A Multivariate Analysis”, *Working Paper Series 98-14*, Federal Reserve Bank of Atlanta.
- RUIZ, E. (1994), “Quasi-Maximum Likelihood Estimation of Stochastic Volatility Models”, *Journal of Econometrics*, vol. 63, p. 289-306.
- SCHWERT, G. W. (1989), “Tests for Unit Roots: A Monte Carlo Investigation”, *Journal of Business and Economic Statistics*, vol. 7, p. 147-60.