Regras Monetárias Ótimas para o Banco Central do Brasil: considerando a restrição de não negatividade

Lucas Aronne Schifino
Mestrando em Economia Aplicada PPGE – UFRGS

Marcelo Savino Portugal
Professor PPGE – UFRGS

Fabrício Tourrucôo
Professor PPGE – UFRGS

Resumo

O trabalho objetiva verificar as consequências da consideração da restrição de não negatividade sobre a taxa de juros nominal, ignorada em grande parte da literatura, em um modelo de otimização da política monetária aplicado ao caso brasileiro. Para obtenção da solução do modelo restrito recorre-se ao método numérico de colocação (*collocation method*), proposto por Kato e Nishiyama (2005). A despeito da intuição de que a restrição de não negatividade deve ser irrelevante para a formulação de regras monetárias ótimas em países de inflação moderada para alta, como o Brasil, os resultados encontrados mostram que, mesmo levando em conta os estados pelos quais transitou a economia brasileira nos últimos 12 anos, tal relevância pode ser verificada, mas depende crucialmente dos parâmetros de preferências atribuídos ao banco central. No que diz respeito à identificação das preferências do Banco Central do Brasil, um exercício de calibragem produz resultados não conclusivos, com fracas evidências de relevância da restrição de não negatividade.

Palavras chave: política monetária ótima; restrição de não negatividade; preferências do banco central.

Abstract

This paper aims to verify the consequences of the non-negativity constraint on nominal interest rate in an optimal monetary policy model applied to Brazil. To obtain the solution of the restricted model we adopt numerical collocation method, proposed by Kato and Nishiyama (2005). Despite the intuition that non-negativity constraint should be irrelevant to the formulation of optimal monetary rules in countries with moderate to high inflation, such as Brazil, the results show that, even taking into account the states brazilian economy has been through in the last 12 years, this relevance can be ascertained, but depends crucially on the preferences imputed to the central bank. Regarding the identification of Central Bank of Brazil preferences, a calibration exercise produces inconclusive results, with weak evidence of relevance of the non-negativity constraint.

Keywords: optimal monetary policy, non-negativity constraint; zero lower bound; central bank preferences.

Classificação JEL: C61; E52; E58.

1 Introdução

O estudo de trajetórias ótimas de política monetária é relativamente difundido na literatura. Em geral, os trabalhos a respeito do tema exploram o conhecido resultado do modelo de otimização intertemporal com função objetivo quadrática e restrições lineares (regulador linear-quadrático)[1] para mostrar como, em um contexto de Metas de Inflação, deve ser a reação ótima do banco central[2]. Nesse arcabouço, a autoridade monetária controla a taxa de juros nominal sujeita ao comportamento estrutural da economia, objetivando atingir uma meta de inflação, manter o produto crescendo conforme seu potencial e, em alguns casos, suavizar os juros nominais.

Os modelos utilizados tradicionalmente na literatura, contudo, ignoram a restrição de não negatividade sobre a taxa de juros nominal[3] que, na prática, deve ser respeitada pelos bancos centrais. A desconsideração de tal restrição deve-se à conveniência que representa à solução desses modelos, que acabam, nesse caso, tendo como resultado uma política ótima que é função linear de suas variáveis de estado, facilmente obtida de forma numérica.

A introdução da restrição de não negatividade sobre a taxa de juros, entretanto, como mostram Kato e Nishiyama (2005), altera a natureza do resultado do modelo linear-quadrático. Especificamente, a política monetária ótima deixa de ser linear e adquire grau infinito, inviabilizando sua apresentação como uma função explícita das variáveis de estado do modelo e exigindo um método numérico distinto para sua obtenção. Além disso, como regra geral, a consideração da restrição de não negatividade torna a política monetária mais expansionista, ou seja, o modelo produz regras ótimas que preveem taxas de juros inferiores às recomendadas pelo modelo irrestrito, dado um estado qualquer da economia.

Sob tais considerações, o objetivo do trabalho é analisar as consequências da consideração da restrição de não negatividade sobre a taxa de juros nominal em um contexto de regras monetárias ótimas para o caso brasileiro. Para isso, recorre-se ao método numérico de colocação (*collocation method*)[4] para resolver um modelo de política monetária ótima aplicado ao Brasil, nos moldes do utilizado por Portugal e Aragón (2009), adicionado de uma restrição sobre sua variável de controle. Em específico, o trabalho tem como escopo, em primeiro lugar, a comparação das soluções com e sem a consideração da referida restrição, analisando as implicações que a mesma traz sobre trajetórias ótimas de política monetária para o caso brasileiro ao longo do período de vigência do Regime de Metas de Inflação (RMI). Além disso, a partir do modelo considerado, busca-se a identificação das preferências do Banco Central do Brasil (BCB), verificando possíveis alterações em relação às preferências obtidas a partir do modelo tradicional.

O interesse pela consideração da restrição de não negatividade nos modelos de derivação de regras monetárias ótimas se deu, em grande medida, em resposta à experiência da economia japonesa ao longo da década de 1990. Nesse período, o Banco Central do Japão, convivendo com um ambiente deflacionário e recessivo, manteve a taxa de juros nominal em zero durante muitos trimestres. Apesar desse interesse inicial, os trabalhos que de alguma forma obtiveram uma solução para o modelo de otimização da política monetária considerando a restrição de não negatividade demonstraram que esta é afetada mesmo em níveis relativamente elevados da taxa de juros nominal e em contextos de inflação positiva. Isso acontece porque, mesmo muito antes da restrição tornar-se ativa, o banco central já a leva em conta, o que traz implicações para a definição da taxa de juros ótima, ainda que mesma não se encontre próxima a zero. Dessa forma, a consideração da restrição de não negatividade na derivação de regras monetárias ótimas pode se tornar relevante mesmo para países como o Brasil, onde a taxa de juros não costuma transitar em regiões próximas ao limite zero. Além disso, embora possa intuir-se que a restrição não deve ser relevante para países de inflação moderada para alta, é interessante ressaltar que a derivação de uma regra monetária ótima implica a validade de tal regra para todo o domínio das variáveis consideradas, inclusive para taxas de inflação negativas.

A partir de meados da década de 1990, alguns trabalhos iniciaram a analisar a relevância da restrição de não negatividade, sob perspectivas analíticas e quantitativas. Entre eles, estão McCallum (1999) e Orphanides e Wieland (1998). O primeiro *paper*, contudo, a abordar as consequências da

[1] Ver, por exemplo, Ljunqvist e Sargent (2000, cap. 5).
[2] Entre os primeiros e mais notórios desses trabalhos encontram-se Svensson (1997, 1999) e Ball (1999).
[3] Tal restrição é referida na literatura como "*zero bound*", em uma tradução livre, "limite zero".
[4] Ver Miranda e Fackler, (2002, cap.9).

restrição de não negatividade sobre o desenho ótimo da política monetária foi o de Orphanides e Wieland (2000). Os autores mostraram que, mesmo quando a autoridade monetária ainda consegue afetar a economia por meio da oferta de moeda após a taxa de juros atingir o limite zero, a política monetária se torna mais expansionista e mais agressiva na presença da restrição, implicando em não linearidade da regra ótima de juros. Kato e Nishiyama (2005), utilizando o modelo básico de Svensson (1997), foram os primeiros a apresentar a prova matemática das diferenças causadas pela restrição de não negatividade, quais sejam, as propriedades de não linearidade e maior agressividade e expansionismo em relação à solução do modelo irrestrito. Adam e Bili (2006), sem prejuízo aos resultados já difundidos na literatura, foram os primeiros a conciliar um modelo estocástico de expectativas racionais Neo-Keynesiano com o problema de otimização da política monetária restrito à não negatividade da taxa de juros nominal. Por fim, Nishiyama (2009) mostra que a introdução de uma defasagem no efeito da política monetária amplifica as distinções da regra ótima de juros provocadas pela consideração da restrição de não negatividade.

2 Um modelo de política monetária com restrição de não negatividade

O modelo de otimização da política monetária utilizado no trabalho segue a abordagem tradicional da literatura, com uma função objetivo quadrática e restrições lineares. O banco central possui como instrumento a taxa de juros nominal, a variável de controle do modelo, e está sujeito às restrições impostas pelo comportamento da economia.

Diferentemente da grande maioria dos trabalhos acerca do tema, contudo, considera-se uma restrição de não negatividade sobre o controle. Como mencionado na introdução, tal consideração justifica-se por sua validade prática, de forma que sua negligência, adotada por grande parte da literatura, constitui uma simplificação da realidade.

2.1 Modelo de economia

Para representar o comportamento da economia brasileira utiliza-se um modelo estrutural simples com expectativas do tipo *backward-looking*, baseado em Rudebusch e Svensson (1999), Collins e Siklos (2004), Bogdanski *et al* (2000), Freitas e Muinhos (2001) e Portugal e Aragón (2009). O modelo, em bases trimestrais, é formado pelas equações:

$$y_t = \alpha_0 + \alpha(L)y_{t-1} + \beta(L)r_{t-1} + \varepsilon_{y,t} \tag{1}$$

$$\pi_t = \gamma_0 + \gamma(L)\pi_{t-1} + \theta(L)\Delta q_{t-1} + \mu(L)y_{t-1} + \varepsilon_{\pi,t} \tag{2}$$

$$\Delta q_t = \rho(L)\left[\, i^f_{t-1} - (i_{t-1} - \varphi_{t-1})\,\right] + \varepsilon_{q,t} \tag{3}$$

$$\Delta i^f_t = \sigma(L)\Delta i^f_{t-1} + \varepsilon_{i^f,t} \tag{4}$$

$$\varphi_t = \varphi_{t-1} + \varepsilon_{\varphi,t} \tag{5}$$

onde $\alpha(L)$, $\beta(L)$, $\gamma(L)$, $\theta(L)$, $\mu(L)$, $\rho(L)$ e $\sigma(L)$ são polinômios do operador de defasagem L. Quanto às variáveis da economia, y_t é o hiato do produto, π_t é a taxa de inflação, r_t é a taxa de juros real *ex post*, definida como a diferença entre a taxa de juros nominal i_t, instrumento de política monetária do banco central, e a taxa de inflação π_t. A taxa de câmbio nominal média do período (em logaritmo) é denotada por q_t, i^f_t é a taxa de juros nominal internacional e φ_t é uma medida de prêmio de risco associada aos ativos brasileiros (risco-país). Os termos de erro estocástico $\varepsilon_{y,t}$, $\varepsilon_{\pi,t}$ $\varepsilon_{q,t}$, $\varepsilon_{i^f,t}$ e $\varepsilon_{\varphi,t}$ são assumidos normalmente, identicamente e independentemente distribuídos (N.I.I.D.), com média igual a zero e variâncias constantes.

A equação (1) descreve o comportamento da demanda agregada por meio de uma curva IS convencional, onde o gap do produto depende de suas próprias defasagens e da taxa de juros real. A equação (2) representa uma curva de Phillips, em que a inflação depende de suas defasagens, do hiato do produto e da variação cambial nominal do período anterior. Nessa equação, impõe-se uma restrição sobre um dos termos dos polinômios $\gamma(L)$ e $\theta(L)$ para que a soma total de seus elementos seja igual a 1, de forma que no longo prazo a política monetária seja neutra e qualquer depreciação cambial seja transmitida para os preços. A equação (3) descreve o comportamento da taxa de câmbio nominal por meio de uma paridade de juros modificada, em que a flutuação cambial depende do diferencial entre a taxa de juros interna, descontada de um prêmio de risco, e internacional. Por simplificação, a taxa de juros internacional (eq. 4) e o prêmio risco (eq. 5) são modelados apenas com termos autorregressivos, visto que não é escopo do trabalho abordar a dinâmica de tais variáveis[5].

2.2 Objetivo da política monetária

Para o objetivo da autoridade monetária, adota-se a formulação tradicional na literatura. O banco central pratica sua política monetária controlando a taxa de juros básica da economia, i_t, com o intuito de manter a inflação anual em sua meta e estabilizar o produto em seu potencial, contendo a volatilidade de seu próprio instrumento. Assim, a autoridade monetária escolhe no trimestre t, sujeita ao conjunto de restrições formado pelas equações que descrevem o comportamento da economia, bem como à restrição de não negatividade $i_t \geq 0$, o valor da taxa Selic que maximiza

$$-E_t \sum_{\tau=0}^{\infty} \delta^{\tau} L_{t+\tau} \tag{6}$$

com

$$L_t = \lambda_\pi (\pi_t^a - \pi^*)^2 + \lambda_y y_t^2 + \lambda_i (i_t - i_{t-1})^2 \tag{7}$$

onde E_t é o operador de esperança condicionado ao conjunto de informações disponíveis no trimestre t e δ é o fator de desconto intertemporal $(0 < \delta < 1)$. L_t é a perda incorrida pelo banco central no trimestre t quando a inflação acumulada em 12 meses, $\pi_t^a = (\frac{1}{4}) \sum_{j=0}^{3} \pi_{t-j}$, encontra-se fora da meta π^*, fixada em 4,5%, o hiato do produto y_t é diferente de zero e a taxa de juros i_t é alterada em relação a seu valor no trimestre anterior, i_{t-1}. Os parâmetros λ_π, λ_y e λ_i (onde $0 \leq \lambda_\pi \leq 1$, $0 \leq \lambda_y \leq 1$, $0 \leq \lambda_i < 1$ e $\lambda_\pi + \lambda_y + \lambda_i = 1$) refletem as preferências dadas pela autoridade monetária a cada uma de suas metas.

Funções perda quadráticas idênticas ou similares a L_t são amplamente utilizadas na literatura referente a modelos de política monetária ótima. Isso porque, primeiramente, como demonstra Woodford (2003, cap. 6), podem ser obtidas a partir de uma aproximação de segunda ordem da função de utilidade de um agente representativo maximizador de bem estar. Além disso, quando não existem restrições sobre a taxa de juros, resultam em uma política linear de derivação relativamente simples, como já mencionado.

2.3 Resolução do Problema da Política Monetária

O modelo proposto, inspirado em boa parte da literatura, trabalha com um arcabouço em que um banco central otimizador controla a taxa de juros nominal restrito à estrutura da economia. A forma convencional de resolver tal problema de otimização intertemporal estocástico e de horizonte infinito é por meio de programação dinâmica. Nesse sentido, a função valor $V(\cdot)$ que resolve o problema deve satisfazer o princípio de otimalidade de Bellman, explicitado pela equação[6]

$$V(s) = \underbrace{max}_{i \geq 0} \ \{f(s,i) + \delta E(V(g(s,i,\varepsilon))\} \tag{8}$$

onde s é um vetor composto pelas M variáveis de estado do modelo s^j $(j = 1,2,\dots,M)$, i é a variável de controle (taxa de juros nominal) e ε é um vetor de composto por M variáveis aleatórias ε_j [7]. A função de recompensa instantânea do banco central $f(s,i)$ é definida como o negativo da função perda L, definida anteriormente (eq. 7). A função $g(s,i,\varepsilon)$ representa a regra de transição do problema, retornando um vetor com os valores das variáveis de estado no período subseqüente, a partir de seus argumentos no período presente (sistema representado pelas eq. 1-5).

Um resultado amplamente difundido a respeito desse arcabouço é o de que, na utilização de uma função objetivo quadrática e de regras de transição lineares, na ausência de restrições sobre a variável de

[5] Evidências empíricas suportam a hipótese de que o risco-país pode ser modelado como um passeio aleatório.

[6] Os subscritos de tempo, denotando o período de avaliação das variáveis, são suprimidos por conveniência de apresentação das equações deste ponto em diante. Assim, consideram-se todas as variáveis apresentadas referentes a um mesmo período, tomado como o período presente.

[7] Algumas das variáveis ε_j $(j = 1,2,\dots,M)$ assumem valor zero com probabilidade $p = 1$, quando correspondem à dinâmica de variáveis de estado determinísticas.

controle (regulador linear quadrático), a função valor que resolve o problema é quadrática. Como consequência, a política ótima derivada do problema, nesse caso, é uma função linear das variáveis de estado do modelo. O conhecimento desse resultado permite a formulação de uma regra monetária ótima para o banco central explícita e genérica, que pode ser avaliada em todo o domínio de estados. Assim, devido ao conhecimento de tal característica, a obtenção de uma aproximação para essa função torna-se relativamente direta e precisa, sendo ilustrada em Hansen e Sargent (2004), por exemplo[8].

A introdução da restrição de não negatividade sobre a taxa de juros nominal, contudo, inviabiliza a derivação de uma função explícita para representação da política monetária ótima, conforme demonstram Kato e Nishiyama (2005, p.104-106). Isso ocorre porque a função valor que resolve o problema, nesse caso, deixa de ser quadrática e de curvatura regular. Consequentemente, a política ótima associada não é mais uma função linear das variáveis de estado do modelo, podendo assumir grau infinito.

Dadas, portanto, tais limitações impostas pela consideração do limite zero, torna-se necessária a aplicação de um método alternativo para a caracterização da função valor e da política monetária ótima do problema. Seguindo Kato e Nishiyama (2005) e Nishiyama (2009), para a obtenção de tal objetivo utiliza-se o método numérico conhecido como método de colocação (*collocation method*) para aproximar a função valor que resolve o problema[9]. De forma resumida, essa técnica consiste na utilização de uma combinação linear de funções base pré-definidas para representar a função $V(s)$, de modo a estabelecer uma dimensão finita ao problema.

De forma mais específica, aproxima-se a função valor que resolve o problema por meio de uma combinação linear de N funções base $h_n(s)(n = 1,2, \dots, N)$ conhecidas, de modo que

$$V(s) \approx \sum_{n=1}^{N} c_n h_n(s) \tag{9}$$

onde os coeficientes $c_n\ (n = 1,2, \dots, N)$ são previamente desconhecidos. Tais coeficientes são determinados mediante a formação de um sistema de equações no qual a função valor aproximada acima satisfaça a equação de Bellman avaliada em um conjunto finito de N estados $s_l\ (l = 1,2, \dots, N)$, denominados nós de colocação.

Dessa forma, o método de colocação exige a definição de um conjunto de nós e, consequentemente, a discretização do espaço de estado para a obtenção da solução aproximada. Nesse sentido, cada uma das M variáveis de estado do modelo é discretizada dentro de determinado um domínio limitado, em que a j-ésima variável de estado satisfaz $s_{min}^{j} \leq s^{j} \leq s_{max}^{j}$, onde s_{min}^{j} e s_{max}^{j} são seus limites inferior e superior, respectivamente. Com isso, o conjunto de nós de colocação, que possibilita a resolução do sistema, é formado pela combinação entre todos os valores assumidos por todas as variáveis de estado discretizadas. O número total de nós é dado por $N = \prod_{j=1}^{M} N_j$, onde N_j é o número de nós na dimensão da j-ésima variável de estado.

O método também exige a definição de uma forma funcional para $h_n(s)(n = 1,2, \dots, N)$. Existem diferentes opções disponíveis para tal, contudo, seguindo novamente Kato e Nishiyama (2005) e Nishiyama (2009), opta-se pela utilização de funções do tipo *cubic splines*, que são apropriadas quando a função a ser aproximada pode apresentar irregularidades, fato provocado pela consideração da restrição de não negatividade[10].

Definidos os nós de colocação e as funções base, monta-se um sistema com N equações, onde cada uma delas é formada substituindo-se a função valor aproximada na equação de Bellman, avaliada em um nó de colocação. Em outras palavras, o l-ésimo $(l = 1,2, \dots, N)$ nó de colocação, por exemplo, origina a l-ésima equação do sistema, que é expressa por

[8] Quando o modelo contempla mais de duas variáveis de estado, como é o caso, os coeficientes que formam a função de reação ótima do banco central são obtidos de forma numérica. No entanto, isso não impede a formulação de uma função explícita das variáveis de estado, tendo em vista o conhecimento de sua característica linear.
[9] Para a descrição em maiores detalhes do método de colocação, ver, por exemplo, Miranda e Fackler, (2002, cap.9).
[10] Para detalhes a respeito das funções do tipo *cubic splines* (ver, por exemplo, Miranda e Fackler, 2002, cap.6)

$$\sum_{n=1}^{N} c_n h_n(s_l) = \underbrace{max}_{i\geq 0} \left\{ f(s_l, i) + \delta E \sum_{n=1}^{N} c_n h_n\big(g(s_l, i, \varepsilon)\big) \right\} \tag{10}$$

O sistema de equações completo pode ser representado de modo compacto na forma vetorial

$$Hc = v(c) \tag{11}$$

onde H é uma matriz quadrada de dimensão N cujo elemento $H(l,n)$ corresponde a $h_n(s_l)$, a n-ésima função base avaliada no l-ésimo nó de colocação, c é um vetor $(N,1)$ de coeficientes c_n $(n = 1,2,\dots,N)$ a serem determinados e $v(c)$ é um vetor $(N,1)$ de funções de colocação (lado direito da eq. 10) avaliadas nos N nós e conjuntamente avaliadas no vetor de coeficientes c.

Para computar os valores dessas funções, contudo, ainda é necessário um modo numérico de tratar os valores esperados da função valor para o período seguinte, visto que o problema é estocástico. Especificamente, dado um estado atual da economia, representado por um nó de colocação s_l, é necessária uma forma para computar o valor da função $g(s_l, i, \varepsilon)$. Para isso, os choques aleatórios N.I.I.D. que compõem o vetor ε, são discretizados pelo método de quadratura gaussiana, que trabalha com a resolução do sistema de equações formado pelas condições de momentos da distribuição Normal[11]. Combinando os valores de cada um dos choques, agora discretos, o vetor ε assume os valores $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_K$ com probabilidades, $p_1, p_2, \dots, p_K$ respectivamente, tal que $(p_1 + p_2 + \cdots + p_K) = 1$.

Dessa forma, a l-ésima função de colocação, l-ésimo componente do vetor $v(c)$ e correspondente ao l-ésimo nó de colocação, fica

$$v_l(c) = \underbrace{max}_{i\geq 0} \left\{ f(s_l, i) + \delta \sum_{k=1}^{K} \sum_{n=1}^{N} c_n h_n\big(g(s_l, i, \varepsilon_k)\big) \right\} \tag{12}$$

A partir de determinado vetor de coeficientes c, cada função de colocação retorna o valor da função valor aproximada no nó correspondente, bem como registra o valor do argumento i que resolveu o problema de maximização associado. Assim, por meio de iterações no conjunto de funções de colocação, com a atualização do vetor c dada pela regra

$$c \leftarrow H^{-1} v(c)$$

busca-se a convergência dos coeficientes c_n $(n = 1,2,\dots,N)$, que formam a aproximação para a função valor que resolve o problema. Atingida a convergência, os valores de i que resolveram as N equações de colocação formam a política de juros ótima $i^*(s_l)(l = 1,\dots,N)$ associada aos estados expressos nos N nós de colocação, respectivamente. Como fica evidente, portanto, a política monetária ótima obtida no modelo que considera a restrição de não negatividade não pode ser mais representada como uma função explícita de suas variáveis de estado da economia, sendo caracterizada apenas de forma numérica.

Por fim, cabem duas considerações acerca do método. Primeiramente, deve-se ressaltar que a convergência da função valor aproximada exige que o parâmetro δ assuma um valor suficientemente pequeno para que o teorema do ponto fixo seja verificado[12]. Em segundo lugar, a descrição do método mostra que sua aplicação pode envolver a formação de matrizes de grandes dimensões, dependendo do número de variáveis de estado consideradas no problema. Como ressalta Nishiyama (2009, p.7), quanto maior o número de variáveis, maiores se tornam as limitações do método de colocação, que podem chegar, dependendo da capacidade computacional disponível, inviabilizar a resolução do problema.

3 Resultados

3.1 Estimação do modelo de economia

Para a representação da economia brasileira estima-se o modelo estrutural apresentado na seção 2.1, em bases trimestrais, para o período 2000:1 – 2011:2. Tal período, além de constituir uma amostra de

[11] Para maiores detalhes acerca do método de discretização de variáveis aleatórias por meio do método de quadratura gaussiana, ver Miranda e Fackler (2002, cap.5)

[12] Como salientam Kato e Nishiyama (2005, p.111), dependendo do valor de δ, a economia pode ingressar em trajetória divergente tão rapidamente que uma função de reação ótima estacionária não existe.

tamanho suficiente para a estimação, engloba apenas um regime cambial e de política monetária, tornando o modelo macroeconômico menos suscetível à crítica de Lucas, tendo em vista sua consideração de expectativas do tipo *backward looking*.

As séries utilizadas para representarem as variáveis do modelo, construídas a partir de dados do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), do BCB, do *Federal Reserve St. Louis* (taxa de juros internacional) e do portal *Bloomberg* (risco país), são definidas como segue:

i) hiato do produto (y_t): diferença log-percentual entre o produto real trimestral ajustado sazonalmente e sua tendência obtida por meio do filtro Hodrick-Prescott;
ii) taxa de inflação (π_t): variação log-percentual do Índice de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA) do IBGE ao longo do trimestre, anualizada;
iii) taxa de juros nominal: média trimestral da taxa Selic acumulada no mês e anualizada;
iv) taxa de câmbio nominal (q_t): definida como $100 \ln Q_t$, onde ln denota o logaritmo natural e Q_t a taxa de câmbio em R$/US$ (venda) média do trimestre, de forma que Δq_t fica sendo a variação log-percentual do câmbio (ou depreciação cambial) no trimestre;
v) taxa de juros internacional (i_t^f): é utilizada como *proxy* a taxa básica de juros dos Estados Unidos, mais especificamente a meta para a *FED Funds rate*, definida pelo *FOMC* (*Federal Open Market Committee*), em média trimestral; e
vi) risco-país (φ_t): utiliza-se o *spread* EMBI+ Brasil, calculado pelo JP Morgan.

Foram aplicados os testes ADF e Phillips-Perron em todas as variáveis relevantes para a estimação do modelo (y_t, r_t, π_t, Δq_t, $i_t^f - (i_t - \varphi_t)$, Δi_t^f e φ_t). Para a variável φ_t, ambos os testes indicam a existência de raiz unitária, o que suporta sua modelagem como um passeio aleatório. Para o diferencial de juros $i_t^f - (i_t - \varphi_t)$, o teste Phillips-Perron não rejeita a hipótese nula de raiz unitária[13]. Para todas as outras variáveis, a hipótese de existência de raiz unitária, é rejeitada ao nível de significância de, pelo menos, 10%. A Tabela 1 apresenta os resultados dos testes.

Tabela 1 – Testes de Raiz Unitária

Variável	Teste ADF		Teste Phillips-Perron
	Defasagens	Estatística de Teste	Estatística de Teste
y_t	1	-4,6786***	$-3,1210$**
r_t	0	-3,287**	-3,0280**
π_t	2	-2,9543**	-3,9440***
Δq_t	1	-5,3799***	-4,2843***
$i_t^f - (i_t - \varphi_t)$	1	-4,0253***	-2,4074
Δi_t^f	0	-2,8446*	-2,8055*
φ_t	0	-1,6789	-1,6175

Nota: *, ** e *** representam significância aos níveis de 10%, 5% e 1%, respectivamente.
Fonte: elaboração própria.

Antes de apresentar os resultados da estimação do modelo estrutural, faz-se necessário um esclarecimento. Como mencionado na seção 2.3, a aplicação do método de colocação, dada a capacidade de memória do ambiente computacional utilizado, não é factível quando o modelo engloba muitas variáveis de estado[14]. Assim, foram estimadas duas especificações alternativas para curva de Phillips apresentada na seção 2.1, sendo uma delas completa e outra reduzida, com memória inflacionária de apenas dois trimestres e negligenciando a influência da depreciação cambial sobre a elevação de preços.

Seguindo Portugal e Aragón (2009), são incluídas variáveis *dummy* que incrementam as especificações da curva IS e da curva de Phillips. Na segunda equação, introduz-se a variável $D_{\pi,t}$ ($= 1$, para $t = 2002{:}4; = 0$, c.c.) para capturar a elevação acentuada da inflação no final de 2002[15].

[13] Utilizando uma amostra 1998:1-2011-2 para essa variável, o teste Phillips-Perron passa a rejeitar a hipótese de raiz unitária ao nível de significância de 1%.
[14] As restrições impostas pela utilização do método de colocação serão abordadas com maiores detalhes na seção 3.2.
[15] Dentre outras causas, a elevação acentuada da inflação no último trimestre de 2002 foi marcadamente influenciada pela eleição para presidente da República de Lula da Silva em outubro, momento em que criou-se um ambiente de desconfiança a respeito da manutenção do regime de metas de inflação para os anos posteriores.

Tabela 2 – Resultados da Estimação do Modelo Estrutural para a Economia Brasileira – Curva IS e Curva de Phillips

Painel A

	Curva IS		Curva de Phillips		
Variável dependente		y_t		π_t	
				Especificação completa	Especificação reduzida
Parâmetros	Intercepto	1,1536*** (0,2651)	π_{t-1}	0,5881*** (0,1232)	0,8263*** (0,1325)
	y_{t-1}	0,5281*** (0,1047)	π_{t-2}	-0,1895 (0,1412)	0,1737
	r_{t-1}	-0,0841*** (0,0250)	π_{t-3}	0,3552*** (0,1374)	
	$D_{y1,t}$	-1,2704*** (0,1120)	π_{t-4}	0,2462	
	$D_{y2,t}$	-2,6525*** (0,4724)	Δq_{t-1}	0,1045** (0,0434)	
	$D_{y3,t}$	-3,2101*** (0,6563)	y_{t-1}	0,4474 (0,3023)	0,1520 (0,3842)
			$D_{\pi,t}$	14,6580*** (3,0651)	15,9423*** (4,0113)
R² ajustado		0,7929		0,5116	0,1419
LB(6)		0,6510		0,8860	0,2290
LB(8)		0,7380		0,9680	0,3430
ARCH(6)		0,4060		0,6463	0,9849
JB		0,9836		0,3164	0,0000

Painel B

	Paridade de Juros		Risco País		Taxa de Juros Internacional	
Variável dependente		Δq_t		$\Delta \varphi_t$		Δi_t^f
Parâmetros	$[\, i_{t-1}^f - (i_{t-1} - \varphi_{t-1}) \,]$	0,7577*** (0,2549)	$D_{\varphi 1,t}$	9,9367*** (1,2720)	Δi_{t-1}^f	0,7097*** (0,1527)
	$D_{q1,t}$	22,1261*** (1,4067)	$D_{\varphi 2,t}$	-5,2400*** (1,2720)		
	$D_{q2,t}$	33,3225*** (1,2107)				
R² ajustado		0,5916		0,6297		0,4822
LB(6)		0,5150		0,9280		0,6720
LB(8)		0,4780		0,9480		0,8480
ARCH(6)		0,2439		0,0100		0,0153
JB		0,7582		0,0000		0,3619

Nota: Desvio padrão das estimativas em parênteses; *, **, e *** referem-se à significância a 10%, 5% e 1%, respectivamente; os valores apresentados para os testes de especificação referem-se aos p-valores das respectivas estatísticas de teste.
Fonte: elaboração própria

Na curva IS, são adicionadas as variáveis $D_{y1,t}$ $(= 1$, para $t = 2001{:}3, 2001{:}4; = 0$, c.c.) para o período de crise energética, $D_{y2,t}$ $(= 1$, para $t = 2003{:}1, 2003{:}2; = 0$, c.c.) para o início do mandato do presidente Lula da Silva, período de fortes restrições ao financiamento externo e perdas nos salários reais e $D_{y3,t}$ $(= 1$, para $t = 2008{:}4, 2009{:}1, 2009{:}2; = 0$, c.c.) para o período de agravamento da crise financeira internacional do final da década de 2000, deflagrado pela quebra do banco Lehman Brothers. Em virtude dos mesmos episódios, são inseridas, na equação da paridade de juros, as variáveis $D_{q1,t}$ $(= 1$, para $t = 2002{:}3; = 0$, c.c.) e $D_{q2,t}$ $(= 1$, para $t = 2008{:}4; = 0$, c.c.) e, na equação do risco país, as variáveis $D_{\varphi 1,t}$ $(= 1$, para $t = 2002{:}3; = 0$, c.c.) e $D_{\varphi 2,t}$ $(= 1$, para $t = 2002{:}4; = 0$, c.c.). A Tabela 2 apresenta os resultados das estimações das equações do modelo estrutural, realizadas pelo método de mínimos quadrados ordinários (OLS).

No que diz respeito à demanda agregada, obteve-se um bom ajuste do modelo à realidade utilizando poucas defasagens, com a taxa de juros real mostrando alto grau de significância na curva IS e com sinal de coeficiente conforme esperado. De acordo com o modelo estimado, a taxa de juros real afeta o hiato do produto em um intervalo de um trimestre.

Em relação à inflação, porém, os resultados não são tão satisfatórios. Primeiramente, pode-se observar que o hiato do produto não se mostra significante na curva de Philips, resultado compartilhado por Portugal e Aragón (2009), Bonomo e Brito (2002) e Faria (2006). Assim, sua manutenção como mecanismo de transmissão da política monetária fica justificada apenas por argumentos teóricos. Em segundo lugar, a especificação reduzida, cuja estimação será justificada na seção seguinte, registra um valor para o R^2 ajustado abaixo de 0,2, revelando seu baixo poder explicativo para a dinâmica inflacionária brasileira. Além disso, nessa especificação, a estimativa para a sensibilidade da inflação em relação ao hiato do produto torna-se consideravelmente menor do que na especificação completa, em que pese sua falta de significância estatística em ambos os casos.

3.2 Regras monetárias ótimas e preferências do Banco Central do Brasil

O objetivo da presente seção é apresentar a caracterização da política monetária ótima para o BCB considerando a imposição da restrição de não negatividade à taxa de juros nominal, ressaltando suas diferenças em relação às regras monetárias lineares convencionais. A aplicação do método descrito na seção 2.3, que possibilita a obtenção de tal objetivo, no entanto, não é direta.

A descrição do método de colocação deixa claro que a resolução do modelo restrito impõe um *trade-off* entre o número de variáveis de estado contempladas pelo mesmo e o grau de precisão de sua solução, relacionado ao número de nós de colocação. A necessidade de discretização do espaço de estado, dada uma capacidade computacional limitada, pode, com a adição de variáveis e a exigência de obtenção de uma solução com grau de precisão satisfatório, resultar na estruturação de matrizes de dimensões que inviabilizam a resolução do modelo.

Dessa forma, em relação a um modelo completo como apresentado nas seções 2.1 e 2.2, são necessários alguns ajustes para que sua resolução, levando em conta a restrição de não negatividade sobre a taxa de juros nominal, seja factível. Primeiramente, após exaustivos testes, dada a capacidade computacional disponível[16], concluiu-se que uma solução suficientemente precisa pode ser obtida, em um tempo de convergência maximamente elevado, para um modelo que contemple até 4 variáveis de estado[17]. Tal restrição exige que a dinâmica econômica brasileira seja representada da forma mais parcimoniosa possível, por meio de um modelo estrutural de pequena escala. Mais especificamente, a consideração da restrição de não negatividade na obtenção de uma regra monetária ótima para economia brasileira, respeitando uma representação razoável da mesma para restringir a ação do banco central, torna necessário: (i) o abandono do canal cambial (direto) de transmissão da política monetária, permanecendo apenas o mecanismo tradicional da demanda agregada; e (ii) a utilização de poucas defasagens da taxa de inflação no modelo estrutural de representação da economia, visto que, na forma de espaço de estado da transição, cada defasagem significa a introdução de uma nova variável. Isso significa a especificação de uma dinâmica inflacionária de memória mais curta, como a especificação alternativa apresentada na seção 3.1.

Em resumo, os pontos elucidados acima culminam no fato de que, nesse ponto do trabalho, são utilizadas apenas a curva IS e a curva de Phillips em sua especificação reduzida para representar a economia brasileira e restringir a ação do banco central, além da restrição de não negatividade. A utilização da curva de Phillips reduzida implica em prejuízo, visto que, com menos defasagens da inflação e negligenciando o efeito direto da taxa de câmbio, a mesma possibilita uma representação muito pobre da dinâmica inflacionária brasileira, como mencionado anteriormente.

Adicionalmente, o problema da dimensionalidade e a consideração de um modelo de memória mais curta, que contempla apenas uma defasagem da taxa de inflação entre suas variáveis de estado, impede a

[16] Para a realização desse trabalho, foi utilizado um ambiente computacional com memória RAM de 8 GB e processador Intel Core I7 2.66 GHz.

[17] Esse número leva em conta a amplitude do domínio observado na economia brasileira das variáveis que necessariamente precisam ser contempladas no modelo, como hiato do produto e inflação.

consideração de uma função objetivo para a política monetária nos exatos moldes apresentados na seção 2.2. Assim, opta-se por uma simplificação na função L_t, que passa a ser definida, nessa seção, como

$$L_t = \lambda_\pi(\pi_t^s - \pi^*)^2 + \lambda_y y_t^2 + \lambda_i(i_t - i_{t-1})^2 \tag{13}$$

onde $\pi_t^s = \frac{1}{2}\sum_{j=0}^{1}\pi_{t-j}$. Dessa forma, o banco central busca a convergência à meta da inflação acumulada em dois trimestres, ao invés da inflação acumulada em 12 meses como no objetivo original. Essa simplificação retira parte da flexibilidade da autoridade monetária para a obtenção da meta de inflação, no entanto não altera a natureza do objetivo típico de um regime de metas.

A respeito da definição do valor para a taxa de desconto intertemporal do banco central (δ) cabe um esclarecimento. Para cada combinação de parâmetros de preferências ($\lambda_\pi, \lambda_y, \lambda_i$), existe um limite máximo a se estabelecer para δ que garante a existência e, consequentemente, a convergência da função valor que resolve a equação de Belmann, como mencionado na seção 2.3. Assim, visando garantir a obtenção de solução para uma gama suficientemente ampla de combinações entre λ_π, λ_y e λ_i, que permita os exercícios que virão a seguir, optou-se por estabelecer de início $\delta = 0{,}75$ [18].

Levando em conta as restrições apresentadas acima e o *trade-off* mencionado acerca do método de colocação, as quatro variáveis de estado definidas para serem contempladas pelo modelo foram y_t, π_t, π_{t-1} e i_{t-1}. O hiato do produto (y_t) e a taxa de inflação (π_t) são as variáveis base do modelo. A inflação defasada (π_{t-1}) foi incluída para que a especificação da curva de Phillips fosse minimamente satisfatória, dado o grau de inércia da inflação brasileira. A taxa de juros defasada (i_{t-1}), por sua vez, foi introduzida para permitir a consideração da meta de suavização de juros na função objetivo do banco central.

O espaço de aproximação para a solução foi definido como segue. Os nós de colocação foram uniformemente distribuídos nos intervalos $-6 \leq y_t \leq 6$, $-7{,}5 \leq \pi_t, \pi_{t-1} \leq 25{,}5$ e $0 \leq i_{t-1} \leq 30$, levando em conta os dados observados para a economia brasileira. Os números de nós em cada dimensão do estado N_j ($j = y_t, \pi_t, \pi_{t-1}, i_{t-1}$) foram definidos em $N_{y_t} = 5$, $N_{\pi_t} = N_{\pi_{t-1}} = 12$ e $N_{i_{t-1}} = 4$, com o total de nós de colocação resultando em $N = 2.880$. As variáveis aleatórias $\varepsilon_{y,t}$ e $\varepsilon_{\pi,t}$ foram discretizadas em 3 nós cada. Por fim, o critério para convergência foi estabelecido em 10^{-6} para a norma da variação no vetor c após cada iteração no sistema (11)[19].

Definido o espaço de aproximação, o objetivo simplificado da política monetária e utilizando os resultados da estimação das equações do modelo estrutural como restrições à obtenção de tal objetivo, é possível obter a aproximação da solução para o problema do BCB restrito à não negatividade da taxa de juros nominal, por meio do método de colocação.

Primeiramente, com o objetivo de analisar algumas características específicas da solução do modelo restrito e ressaltar suas diferenças em relação às regras monetárias lineares convencionais, conforme ilustradas por Kato e Nishiyama (2005) e Nishiyama (2009), adota-se uma definição prévia para as preferências do banco central. A questão relevante, em um primeiro momento, é verificar se a magnitude dessas diferenças apontadas pela literatura que considera a restrição de não negatividade na caracterização de políticas monetárias ótimas é mantida quando se considera a dinâmica da economia brasileira e o nível de inflação e de taxa de juros habitualmente observados na mesma. Tais peculiaridades observadas no Brasil são justamente aspectos que podem ameaçar os resultados encontrados pelos referidos trabalhos, que utilizam a economia japonesa para ilustrar a relevância da consideração da restrição de não negatividade sobre a taxa de juros.

No Brasil, durante o período do regime de metas, as taxas de inflação e de juros, tanto nominal quanto real, transitaram em patamares consideravelmente superiores aos da economia japonesa. Além disso, na dinâmica inflacionária brasileira, sabe-se que, devido a fatores institucionais e fiscais, existe uma certa resistência do nível de preços para baixo, algo que torna, pelo menos em primeira análise, bastante longínquo o risco de que o país passe por um processo de deflação que torne a restrição de não negatividade ativa, como foi o caso do Japão em anos recentes.

---

[18] Kato e Nishiyama (2005) utilizam $\delta = 0{,}6$. O baixo valor desse parâmetro em relação a outros trabalhos da literatura, necessário para garantir a convergência de uma solução, é interpretado pelos autores como sinal da dificuldade enfrentada pelo banco central japonês na prática da política monetária restrita à não negatividade da taxa de juros nominal (p.111).

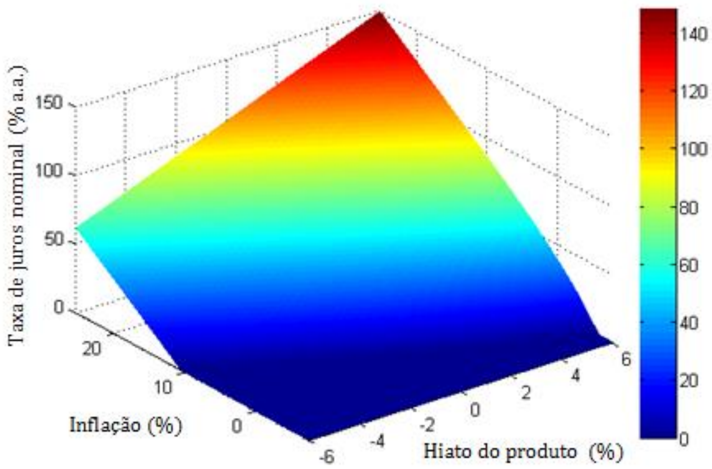
[19] Os resíduos máximos obtidos na função valor foram da ordem de 2.10^{-1}.

Tendo tais considerações em vista, a intuição indica que as distinções causadas pela consideração da restrição de não negatividade na obtenção de regras ótimas de juros sejam, no caso do Brasil, irrelevantes, ou, pelo menos, consideravelmente minimizadas. Como primeiro exercício para ilustração da política ótima de juros para o BCB e verificação dessa intuição, segue-se o trabalho de Kato e Nishiyama (2005) em termos de definição de suas preferências, ponderando-as de modo equilibrado entre hiato do produto e inflação e ignorando, por enquanto, a meta de suavização da taxa de juros[20]. Isto é, os parâmetros da função L_t são definidos da seguinte forma

$$\lambda_y = 0{,}5,\ \lambda_\pi = 0{,}5 \text{ e } \lambda_i = 0{,}0$$

A Figura 1 apresenta, para o problema com parâmetros definidos acima, a reação ótima do BCB em função da inflação e do gap do produto. Tendo em vista a necessidade de apresentação gráfica da regra de reação como função de apenas duas variáveis, já que a solução é numérica e pode ser representada apenas graficamente, fixou-se a taxa de inflação defasada em 4,5% [21].

Figura 1 – Política ótima de juros em função de y_t e π_t, para $\pi_{t-1} = 4,5\%$



Fonte: elaboração própria

A região em que a restrição de não negatividade torna-se ativa é observada com clareza no gráfico da política monetária ótima. Com a taxa de inflação próxima a sua meta de 4,5%, por exemplo, um hiato do produto abaixo de $-2{,}0\%$ tem como resposta ótima do BCB a fixação da taxa de juros nominal em zero.

Uma forma de analisar com maior detalhe as diferenças, tanto qualitativas quanto quantitativas, entre a solução apresentada acima e as regras monetárias lineares convencionais é compará-las em um mesmo plano gráfico. Para isso, soluciona-se o mesmo modelo que está sendo considerado aqui, porém ignorando-se a restrição de não negatividade sobre a taxa de juros. Todos os parâmetros e suposições seguem as mesmas definições anteriores, com exceção de tal restrição. Nesse caso, o modelo torna-se o clássico problema do regulador linear quadrático, conforme mencionado na seção 2.3. Tal resolução produz uma regra de reação ótima para o BCB linear em suas variáveis de estado, a ser referida desse ponto em diante como solução irrestrita ou política irrestrita[22].

A Figura 2 apresenta o confronto entre as duas soluções, restrita e irrestrita, sob diferentes pontos de vista e para diferentes estados da economia. Os gráficos do lado esquerdo da figura mantêm a inflação fixa, exibindo a política ótima em função do hiato do produto. No topo, supõe-se uma situação de estabilidade estrita de preços ($\pi_t = \pi_{t-1} = 0{,}0\%$), no centro, a inflação é mantida estabilizada em sua meta ($\pi_t = \pi_{t-1} = 4{,}5\%$) e no painel inferior supõe-se uma situação de inflação alta ($\pi_t = \pi_{t-1} = 9{,}5\%$).

[20] No trabalho citado, a taxa de juros não figura entre as variáveis de estado, o que impede a consideração de uma meta de suavização de juros na função objetivo do banco central.

[21] A taxa de juros defasada, que também é uma variável de estado do modelo, não interfere na política ótima, visto que $\lambda_i = 0$.

[22] Apesar de estar sujeita às restrições que representam a dinâmica da economia, a variável de controle (taxa de juros nominal) não possui nenhuma restrição sobre si própria nos modelos convencionais.

Os gráficos da direita mantêm o hiato do produto e a inflação passada fixos, ilustrando a reação ótima do banco central em função da inflação contemporânea. No topo, supõe-se um estado recessivo para a economia, onde o hiato do produto encontra-se negativo ($y_t = -3{,}0\%$). No centro, o hiato do produto é fixado em sua meta ($y_t = 0{,}0\%$). Por fim, no painel inferior supõe-se um estado de economia aquecida, com o hiato do produto positivo ($y_t = 3{,}0\%$). A inflação do trimestre anterior é mantida em sua meta ($\pi_{t-1} = 4{,}5\%$) nos três casos.

Os gráficos da Figura 2 ilustram com clareza a existência de diferenças relevantes entre as políticas restrita e irrestrita, evidenciando o efeito causado pela consideração do limite zero da taxa de juros sobre a política monetária ótima no modelo considerado. Em especial, o aspecto mais interessante e, ao mesmo tempo, relevante da comparação apresentada é que tal efeito é significante, dependendo do estado da economia, para patamares elevados da taxa de juros, e não apenas nas proximidades da restrição de não negatividade.

A diferença entre as soluções existe mesmo para níveis de inflação e de hiato do produto comumente observados na economia brasileira. De acordo com o que a intuição já indicaria, contudo, quanto maior é a inflação vigente (e passada), menor é o grau de relevância da consideração da restrição de não negatividade sobre a política ótima de juros. A diferença entre as políticas restrita e irrestrita varia de cerca de 9,0 p.p. na taxa de juros nominal com estabilidade estrita de preços ($\pi_t = 0{,}0\%$) para 0,6 p.p. quando a inflação é de 9,5%.

O grau de relevância restrição de não negatividade é consideravelmente menos sensível ao hiato do produto. Há uma diminuição muito branda na diferença entre as soluções conforme aumenta o hiato do produto, praticamente imperceptível na Figura 2. Apesar disso, quando se analisam os gráficos à direita tem-se a impressão de que um hiato do produto mais elevado produz uma discrepância maior entre as soluções. No entanto, esse efeito é provocado, na verdade, pela inflação. O que acontece de fato é que, com o hiato do produto em patamar mais elevado, a restrição de não negatividade torna-se ativa apenas com taxas de inflação muito baixas, que abrem espaço, conforme a análise do parágrafo anterior, para a manifestação mais acentuada da diferença entre as políticas restrita e irrestrita.

Por fim, a Figura 2 deixa evidente outro aspecto marcante da solução restrita, qual seja, a não linearidade em relação às variáveis de estado do modelo, fácil de ser percebida no confronto com a solução irrestrita, que é linear. Os gráficos que apresentam a regra monetária ótima em função da inflação (à direita) ilustram com clareza o aumento da inclinação (absoluta) da política de juros quanto mais próxima se encontra de zero. Em outras palavras, em resposta a uma queda da inflação, o banco central reduz a taxa de juros de forma mais agressiva quando a restrição de não negatividade é levada em conta.

Em resumo, com a definição de parâmetros adotada aqui, é possível confirmar, levando em conta o comportamento da economia brasileira, alguns dos resultados obtidos por Kato e Nishiyama (2005) em seu exercício numérico para a economia japonesa. Mais especificamente, ficam evidentes o maior expansionismo e a maior agressividade (não linearidade) da política de juros sujeita à restrição de não negatividade para alguns estados da economia. Independentemente do que a intuição possa indicar, a consideração de tal restrição pode provocar distinções relevantes sobre a política monetária ótima na comparação com a política irrestrita convencional mesmo quando se leva em conta a dinâmica da economia brasileira e muitos dos estados pelos quais a mesma transita na prática. Ademais, a Figura 2 deixa claro que tais distinções podem ser relevantes inclusive para níveis elevados da taxa de juros, e não apenas nas proximidades da restrição em questão.

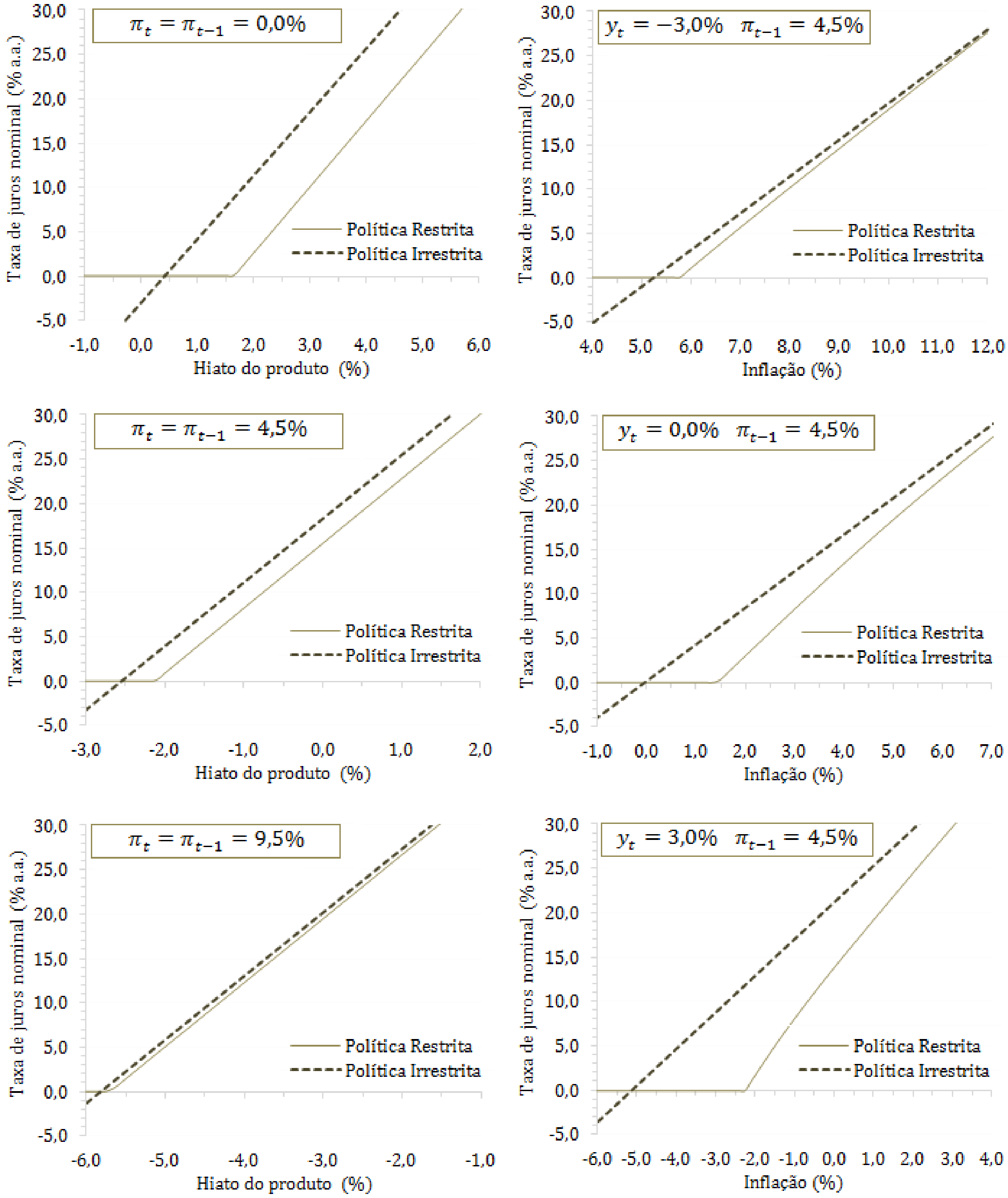
Para mensurar de forma mais precisa o hiato quantitativo entre as políticas restrita e irrestrita para o caso brasileiro, levando em conta os estados pelos quais passou a economia nesses últimos 10 anos, define-se a função de relevância da restrição de não negatividade:

Função de relevância da restrição de não negatividade

Seja a função de reação de política monetária com a restrição de não negatividade imputada, i^{RNI}, definida como $i^{RNI} = \max\{0, i^{IRRESTRITA}\}$, onde a função $i^{IRRESTRITA}$ é a reação ótima de política monetária convencional, obtida sem a consideração da restrição de não negatividade sobre a variável de controle do modelo (taxa de juros nominal), referida até aqui como política irrestrita. Seja i^{RN}a função de reação de política monetária obtida levando em conta a restrição de não negatividade, referida até *aqui como política restrita. Assim, define-se, para determinado estado da economia* $\{y_t, \pi_t, \pi_{t-1}, i_{t-1}\}$, *a função de relevância da restrição de não negatividade* ($FRRN$) *como*

$$FRRN(y_t, \pi_t, \pi_{t-1}, i_{t-1}) \equiv i^{RNI}(y_t, \pi_t, \pi_{t-1}, i_{t-1}) - i^{RN}(y_t, \pi_t, \pi_{t-1}, i_{t-1})$$

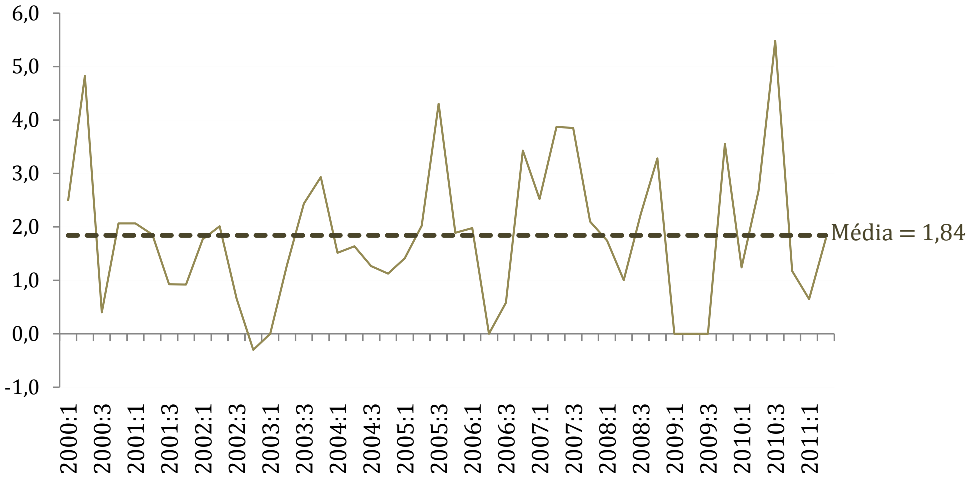
Figura 2 – Confronto entre as políticas restrita e irrestrita para diferentes estados da economia



Fonte: Elaboração própria

Utilizando tal conceito, os resultados obtidos em termos de regras monetárias ótimas para o BCB e as observações das séries apresentadas na seção 3.1, calcula-se o valor da $FRRN$ avaliada ao longo da trajetória de estados da economia brasileira no período 2000:1 – 2011:2. O resultado é apresentado na Figura 3. Observa-se que valor da $FRRN$ pode ser bastante significativo, superando 5,00 p.p. na taxa de juros no terceiro trimestre de 2010, quando a inflação e o hiato do produto foram muito baixos. Em geral, nota-se que os valores são maiores nos períodos em que a inflação transitava em patamares reduzidos, como no período entre 2005 e 2008. Em oposição, na primeira metade da década de 2000, período de inflação mais elevada, a relevância da restrição de não negatividade torna-se menor. Ao longo de 2009, contudo, o hiato do produto atinge valores negativos significativos, tornando a política irrestrita negativa, o que anula a $FRRN$. O referido gráfico também contempla o valor médio da $FRRN$ para o período, que é de 1,84 p.p. por trimestre na taxa de juros ótima para a economia brasileira.

Figura 3 – Função de relevância da restrição de não negatividade (p.p. da taxa de juros nominal a.a.) para $\lambda_y = 0,5$, $\lambda_\pi = 0,5$, $\lambda_i = 0,0$ e $\delta = 0,75$



Fonte: elaboração própria

Análise de sensibilidade

Após a verificação da relevância da consideração da restrição de não negatividade na derivação de uma regra monetária ótima para o BCB para determinada combinação de parâmetros, é interessante que se realize uma análise da robustez desse resultado em relação à variação dos parâmetros constantes na função objetivo do mesmo. Para realizar essa avaliação, define-se a função $FRRNm\ (\lambda_y, \lambda_\pi, \lambda_i, \delta)$, como o valor médio trimestral da função $FRRN(y_t, \pi_t, \pi_{t-1}, i_{t-1})$ no período 2000:1 – 2011:2. Os valores de avaliação dessa função são obtidos mediante a resolução do problema de otimização descrito na seção 2 para cada combinação de $\lambda_y, \lambda_\pi, \lambda_i$ e δ para a qual a solução do modelo restrito exista[23] [24]. Em cada um desses casos, são obtidas duas regras monetárias ótimas para o BCB, uma delas restrita à não negatividade e outra irrestrita. Essas soluções são avaliadas ao longo da trajetória de estados da economia brasileira e a diferença média trimestral entre ambas é o resultado da função $FRRNm\ (\lambda_y, \lambda_\pi, \lambda_i, \delta)$.

A análise de sensibilidade tem como ponto de partida o valor de $FRRNm\ (0{,}50, 0{,}50, 0{,}00, 0{,}75)$ calculado anteriormente e apresentado na Figura 3. A Figura 4 apresenta os valores assumidos pela função $FRRNm$ para diferentes combinações de λ_y e λ_π para os quais se obtém uma solução restrita, mantendo-se constantes $\lambda_i = 0$ e $\delta = 0{,}75$ [25]. Como é possível observar, a $FRRNm$ é sensível à variação de preferências do banco central, sendo positivamente relacionada com o valor de λ_π. Em outras palavras, quanto maior é a importância relativa atribuída pela autoridade monetária à manutenção da inflação em sua meta, maior é a diferença causada pela consideração da restrição de não negatividade na obtenção de uma regra monetária ótima para o BCB. No caso limite para o qual se obtém uma solução restrita, tal diferença chega, na média, a 6,39 p.p. na taxa de juros ótima trimestral.

Por meio da mesma metodologia, conduz-se a análise de sensibilidade da relevância da restrição de não negatividade para o Brasil implementando variações no valor de λ_i, até este ponto mantido em zero. Visando manter uma relação com o exercício anterior e isolar agora o efeito provocado exclusivamente pela meta de suavização de juros, a análise de sensibilidade é realizada da seguinte forma. Calcula-se o valor da função $FRRNm\ (\lambda_y, \lambda_\pi, \lambda_i, \delta)$ variando gradualmente λ_i e mantendo algumas das proporções utilizadas anteriormente entre os parâmetros λ_y e λ_π para a diferença $(1 - \lambda_i)$. Em outras palavras, atribui-se as mesmas ponderações de preferências anteriores, no entanto aplicadas ao que "resta"

[23] Como referido anteriormente, valores elevados de δ provocam a inexistência de uma solução para o modelo irrestrito.
[24] Os valores dos parâmetros referentes à dinâmica da economia, cujos resultados das estimações são apresentados na seção 3.1, permanecem os mesmos.
[25] Com $\lambda_i = 0$ e $\delta = 0{,}75$, o maior valor de λ_π para o qual há solução para o problema da política monetária restrita é de 0,75 ($\lambda_y = 0{,}25$).

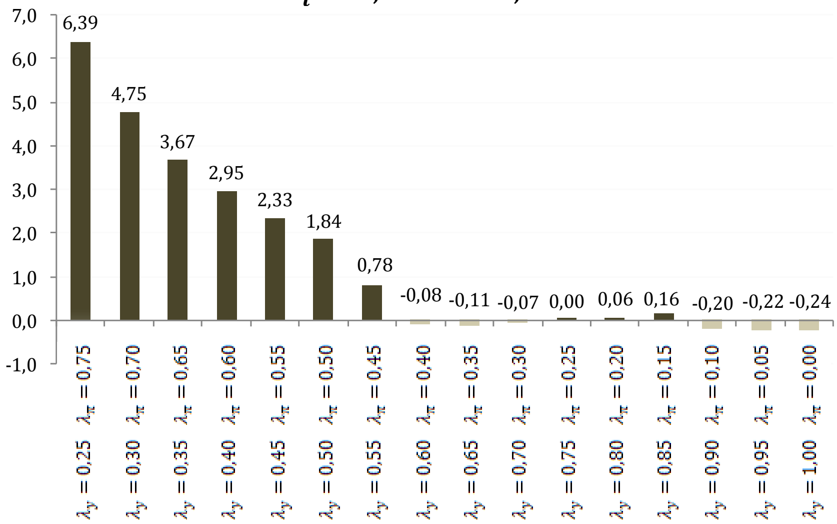
do objetivo do banco central de suavizar o movimento da taxa de juros. Além disso, são adicionadas as ponderações para as quais não se obteve solução para o problema com $\lambda_i = 0{,}00$ (λ_π acima de 0,75). Dessa forma, tem-se como ponto de partida para essa etapa os valores da função $FRRNm\,(\lambda_y, \lambda_\pi, \lambda_i, \delta)$ apresentados na Figura 4. Os resultados dessa etapa da análise são apresentados na Figura 5, na forma de uma grade de valores de $FRRNm\,(\lambda_y, \lambda_\pi, \lambda_i, \delta)$, colorida com uma escala de tons variando de claro para escuro conforme a magnitude dos números. Cada linha dessa grade corresponde a um valor de λ_i, enquanto as colunas correspondem às diferentes proporções de λ_y e λ_π para a diferença $(1 - \lambda_i)$. A figura revela que a relevância da restrição de não negatividade diminui rapidamente conforme o objetivo de suavização de juros ganha importância relativa nas preferências do banco central. Com λ_i entre 0,04 e 0,08, ainda se observam valores para $FRRNm\,(\lambda_y, \lambda_\pi, \lambda_i, \delta)$ que, apesar de pequenos, podem ser considerados significantes, mas apenas quando a meta de inflação possui importância muito grande em relação ao hiato do produto[26].

A razão para essa perda rápida de relevância da restrição de não negatividade está no fato de que se opõe à mesma o objetivo de suavização, que ancora a taxa de juros nominal quando se avalia a regra ótima em determinado conjunto de estados. Se o banco central é punido por se distanciar da taxa de juros passada, diferentemente do que acontece com $\lambda_i = 0{,}00$, praticar uma política monetária mais expansionista gera implicações em termos de perda de bem-estar. Assim, pode-se concluir, com a rápida convergência de $FRRNm\,(\lambda_y, \lambda_\pi, \lambda_i, \delta)$ para zero, que apesar do elevado nível de significância apresentado pela restrição de não negatividade anteriormente, as preferências do banco central exercem influência mais forte sobre a política ótima de juros para o caso brasileiro.

Por fim, resta a análise da sensibilidade da função $FRRNm\,(\lambda_y, \lambda_\pi, \lambda_i, \delta)$ em relação ao parâmetro δ, que representa a taxa de paciência do banco central. Devido ao problema de dimensionalidade para apresentação dos resultados, seleciona-se $\lambda_i = 0{,}00$. Os resultados são apresentados na Figura 6, em uma nova grade cujas colunas mantêm a mesma lógica da Figura 5, representando diferentes proporções de λ_y e λ_π para a diferença $(1 - \lambda_i)$. As linhas, no entanto, agora ilustram a variação do parâmetro δ, em passos de 0,05 ao longo do intervalo entre 0,50 e 0,95.

A análise da Figura 6 mostra que a relevância da restrição de não negatividade para a economia brasileira é altamente sensível à taxa de paciência do banco central. Quanto maior o valor de δ, maior é a diferença entre as políticas restrita e irrestrita. Se essa diferença é causada por uma precaução em relação à aproximação da restrição de não negatividade no futuro, como sustentam Kato e Nishiyama (2005), faz sentido que a mesma seja ampliada quando o peso atribuído ao bem-estar futuro é maior.

Figura 4 – Valor médio da função de relevância da restrição de não negatividade para o Banco Central do Brasil (p.p. da taxa de juros nominal a.a.) para diferentes combinações de λ_y e λ_π, para $\lambda_i = 0{,}0$ e $\delta = 0{,}75$



Fonte: elaboração própria

[26] Para $0{,}00 < \lambda_i < 0{,}04$, com $\lambda_y < 0{,}4(1 - \lambda_i)$ não se obtém uma aproximação satisfatória para a solução, devido a não convergência da função valor ou devido à observação de resíduos excessivamente elevados nos pontos de avaliação.

Figura 5 - Valor médio da função de relevância da restrição de não negatividade para o Banco Central do Brasil (p.p. da taxa de juros nominal a.a.) para diferentes combinações de λ_y , λ_π e λ_i, para $\delta = 0,75$

	$\lambda_y = 0,00$ $\lambda_\pi = (1-\lambda_i)$	$\lambda_y = 0,05(1-\lambda_i)$ $\lambda_\pi = 0,95(1-\lambda_i)$	$\lambda_y = 0,10(1-\lambda_i)$ $\lambda_\pi = 0,90(1-\lambda_i)$	$\lambda_y = 0,15(1-\lambda_i)$ $\lambda_\pi = 0,85(1-\lambda_i)$	$\lambda_y = 0,20(1-\lambda_i)$ $\lambda_\pi = 0,80(1-\lambda_i)$	$\lambda_y = 0,25(1-\lambda_i)$ $\lambda_\pi = 0,75(1-\lambda_i)$	$\lambda_y = 0,30(1-\lambda_i)$ $\lambda_\pi = 0,70(1-\lambda_i)$	$\lambda_y = 0,35(1-\lambda_i)$ $\lambda_\pi = 0,65(1-\lambda_i)$	$\lambda_y = 0,40(1-\lambda_i)$ $\lambda_\pi = 0,60(1-\lambda_i)$	$\lambda_y = 0,45(1-\lambda_i)$ $\lambda_\pi = 0,55(1-\lambda_i)$	$\lambda_y = 0,50(1-\lambda_i)$ $\lambda_\pi = 0,50(1-\lambda_i)$	$\lambda_y = 0,55(1-\lambda_i)$ $\lambda_\pi = 0,45(1-\lambda_i)$	$\lambda_y = 0,60(1-\lambda_i)$ $\lambda_\pi = 0,40(1-\lambda_i)$	$\lambda_y = 0,65(1-\lambda_i)$ $\lambda_\pi = 0,35(1-\lambda_i)$	$\lambda_y = 0,70(1-\lambda_i)$ $\lambda_\pi = 0,30(1-\lambda_i)$	$\lambda_y = 0,75(1-\lambda_i)$ $\lambda_\pi = 0,25(1-\lambda_i)$	$\lambda_y = 0,80(1-\lambda_i)$ $\lambda_\pi = 0,20(1-\lambda_i)$	$\lambda_y = 0,85(1-\lambda_i)$ $\lambda_\pi = 0,15(1-\lambda_i)$	$\lambda_y = 0,90(1-\lambda_i)$ $\lambda_\pi = 0,10(1-\lambda_i)$	$\lambda_y = 0,95(1-\lambda_i)$ $\lambda_\pi = 0,05(1-\lambda_i)$	$\lambda_y = (1-\lambda_i)$ $\lambda_\pi = 0,00$
$\lambda_i = 0,00$						6,4	4,8	3,7	3,0	2,3	1,8	0,8	-0,1	-0,1	-0,1	0,0	0,1	0,2	-0,2	-0,2	-0,2
$\lambda_i = 0,02$									0,0	-0,1	0,0	0,0	0,0	0,1	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
$\lambda_i = 0,04$	0,4	0,4	0,4	0,3	0,3	0,2	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
$\lambda_i = 0,06$	0,2	0,2	0,2	0,2	0,1	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
$\lambda_i = 0,08$	0,2	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
$\lambda_i = 0,10$	0,1	0,1	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
$\lambda_i = 0,20$	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
$\lambda_i = 0,30$	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
$\lambda_i = 0,40$	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
$\lambda_i = 0,50$	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
$\lambda_i = 0,60$	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
$\lambda_i = 0,70$	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
$\lambda_i = 0,80$	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
$\lambda_i = 0,90$	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0

Fonte: elaboração própria

Figura 6 – Valor médio da função de relevância da restrição de não negatividade para o Banco Central do Brasil (p.p. da taxa de juros nominal a.a.) para diferentes combinações de λ_y , λ_π e δ, para $\lambda_i = 0,00$

	$\lambda_y = 0,00$ $\lambda_\pi = (1-\lambda_i)$	$\lambda_y = 0,05(1-\lambda_i)$ $\lambda_\pi = 0,95(1-\lambda_i)$	$\lambda_y = 0,10(1-\lambda_i)$ $\lambda_\pi = 0,90(1-\lambda_i)$	$\lambda_y = 0,15(1-\lambda_i)$ $\lambda_\pi = 0,85(1-\lambda_i)$	$\lambda_y = 0,20(1-\lambda_i)$ $\lambda_\pi = 0,80(1-\lambda_i)$	$\lambda_y = 0,25(1-\lambda_i)$ $\lambda_\pi = 0,75(1-\lambda_i)$	$\lambda_y = 0,30(1-\lambda_i)$ $\lambda_\pi = 0,70(1-\lambda_i)$	$\lambda_y = 0,35(1-\lambda_i)$ $\lambda_\pi = 0,65(1-\lambda_i)$	$\lambda_y = 0,40(1-\lambda_i)$ $\lambda_\pi = 0,60(1-\lambda_i)$	$\lambda_y = 0,45(1-\lambda_i)$ $\lambda_\pi = 0,55(1-\lambda_i)$	$\lambda_y = 0,50(1-\lambda_i)$ $\lambda_\pi = 0,50(1-\lambda_i)$	$\lambda_y = 0,55(1-\lambda_i)$ $\lambda_\pi = 0,45(1-\lambda_i)$	$\lambda_y = 0,60(1-\lambda_i)$ $\lambda_\pi = 0,40(1-\lambda_i)$	$\lambda_y = 0,65(1-\lambda_i)$ $\lambda_\pi = 0,35(1-\lambda_i)$	$\lambda_y = 0,70(1-\lambda_i)$ $\lambda_\pi = 0,30(1-\lambda_i)$	$\lambda_y = 0,75(1-\lambda_i)$ $\lambda_\pi = 0,25(1-\lambda_i)$	$\lambda_y = 0,80(1-\lambda_i)$ $\lambda_\pi = 0,20(1-\lambda_i)$	$\lambda_y = 0,85(1-\lambda_i)$ $\lambda_\pi = 0,15(1-\lambda_i)$	$\lambda_y = 0,90(1-\lambda_i)$ $\lambda_\pi = 0,10(1-\lambda_i)$	$\lambda_y = 0,95(1-\lambda_i)$ $\lambda_\pi = 0,05(1-\lambda_i)$	$\lambda_y = (1-\lambda_i)$ $\lambda_\pi = 0,00$
$\delta = 0,50$		6,6	2,4	1,2	0,6	0,3	0,1	0,0	0,0	0,0	-0,1	-0,1	-0,1	-0,1	-0,1	-0,1	-0,1	-0,1	-0,1	-0,2	-0,2
$\delta = 0,55$			3,8	2,0	1,1	0,6	0,3	0,1	0,0	0,0	0,0	-0,1	-0,1	-0,1	-0,1	-0,1	-0,1	-0,2	-0,2	-0,2	-0,2
$\delta = 0,60$			5,8	3,1	2,0	1,2	0,7	0,4	0,2	0,0	0,0	0,0	0,0	-0,1	-0,1	-0,1	-0,2	-0,2	-0,2	-0,2	-0,2
$\delta = 0,65$			8,4	5,0	3,2	2,2	1,5	1,0	0,5	0,2	0,0	0,0	0,0	0,0	-0,1	-0,1	-0,2	-0,2	-0,2	-0,2	-0,2
$\delta = 0,70$				7,5	5,3	3,6	2,8	2,0	1,5	0,8	0,3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	-0,1	-0,2	-0,2	-0,2	-0,2
$\delta = 0,75$						6,4	4,8	3,7	3,0	2,3	1,8	0,8	-0,1	-0,1	-0,1	0,0	0,1	0,2	-0,2	-0,2	-0,2
$\delta = 0,80$								7,1	5,4	4,5	3,8	3,3	2,9	-0,3	-0,3	-0,2	0,0	0,2	0,4	-0,2	
$\delta = 0,85$																			0,4	-0,2	
$\delta = 0,90$																				1,0	
$\delta = 0,95$																					

Fonte: Elaboração própria

Identificação das preferências do BCB

As análises realizadas até aqui demonstraram que a consideração da restrição de não negatividade sobre a taxa de juros nominal pode ser fundamental, principalmente quando o propósito é a derivação de uma regra ótima, para guiar o BCB na condução da política monetária, a partir de determinadas preferências imputadas ao mesmo. Quando, todavia, o objetivo é a identificação empírica das preferências do BCB a partir da taxa de juros observada na economia brasileira ao longo de certo período, uma afirmação acerca da relevância dessa restrição dependerá dos resultados obtidos.

Portugal e Aragón (2009), em seu modelo irrestrito, utilizando $\delta = 0{,}98$, obtêm $\lambda_i = 0{,}20$, $\lambda_y = 0{,}073$ $\left(\lambda_y/(1-\lambda_i) = 9{,}1\%\right)$ e $\lambda_\pi = 0{,}727$ $(\lambda_\pi/(1-\lambda_i) = 90{,}9\%)$. Com a consideração da restrição de não negatividade, para essa combinação de preferências, o valor máximo de δ para o qual há convergência da solução é 0,90. Para os referidos valores de parâmetros, a função $FRRNm\ (\lambda_y, \lambda_\pi, \lambda_i, \delta)$ assume o valor de 3,14, o que constituiria uma evidência da importância de se levar em conta tal restrição.

O resultado citado, contudo, possui um vício de origem, visto que é gerado por um modelo que não leva em conta a restrição de não negatividade. Uma conclusão adequada acerca da relevância da restrição exige a identificação das preferências do BCB mediante a utilização de um modelo que produza regras monetárias ótimas considerando a mesma em sua resolução. Assim, procede-se com um exercício de calibragem, confrontando as múltiplas trajetórias ótimas de juros geradas pelo modelo restrito a partir dos diferentes conjuntos de valores das preferências do banco central com a série de observações da Selic. O objetivo é verificar qual desses conjuntos produz a trajetória de juros nominais que mais se ajustam à realidade. Caso tal confronto aponte preferências do BCB para as quais a restrição de não negatividade não seja relevante, conclui-se que, pelo menos para o período considerado, não há prejuízo em ignorar a restrição de não negatividade na identificação dos parâmetros λ_y, λ_π, λ_i e δ para o caso brasileiro.

Para o exercício de calibragem, utiliza-se como critério de comparação de duas séries as séries o erro quadrático médio entre as mesmas, definido como

$$EQM\left(\lambda_y, \lambda_\pi, \lambda_i, \delta\right) = \sum_{t=1}^{T} \left(i_t^*\left(\lambda_y, \lambda_\pi, \lambda_i, \delta\right) - i_t^{obs}\right)^2 \Big/ T$$

onde t denota um trimestre qualquer da amostra $2000{:}1$ – $2011{:}2$ $(T = 46)$, $i_t^*\left(\lambda_y, \lambda_\pi, \lambda_i, \delta\right)$ é a taxa de juros ótima prevista pelo modelo para o conjunto de preferências $\left(\lambda_y, \lambda_\pi, \lambda_i, \delta\right)$ para o trimestre t e i_t^{obs} é a taxa de juros (Selic) observada no mesmo trimestre.

Empregando as mesmas combinações entre λ_y, λ_π e δ utilizadas nos exercícios anteriores, calculou-se o $EQM\left(\lambda_y, \lambda_\pi, \lambda_i, \delta\right)$ para λ_i variando de 0,00 a 0,90, em intervalos de 0,10, totalizando 2.100 combinações de parâmetros de preferências[27]. A Tabela 3 apresenta o menor valor obtido para o $EQM\left(\lambda_y, \lambda_\pi, \lambda_i, \delta\right)$ para cada valor de λ_i, acompanhado do conjunto de preferências que o gerou.

Em primeiro lugar, é bastante claro que o parâmetro λ_i não é nulo nas preferências do BCB para o período considerado. A Tabela 3 mostra que, fixando $\lambda_i = 0{,}00$, o critério de EQM mínimo produz resultados absolutamente não razoáveis e incoerentes com o regime de metas de inflação ($\lambda_y = 1{,}00$ e $\lambda_\pi = 0{,}00$). Não surpreendentemente, nesse caso, o EQM mínimo é muito alto, como se pode perceber pelos erros médios absoluto, que permite uma noção do erro médio trimestral da solução em termos de pontos percentuais da taxa Selic, e percentual, que relaciona esse último com a média observada da taxa Selic no período de análise.

Analisando, portanto, o caso de λ_i não nulo, a Tabela 3 ilustra claramente que dois grupos distintos de combinações de preferências produziram regras ótimas mais aderentes à taxa de juros observada. Um deles, caracterizado por valores de λ_i entre 0,10 e 0,30, apresenta preferências bastante semelhantes às encontradas por Portugal e Aragón (2009), à exceção do valor de δ. Nesse grupo, o peso dado à meta de inflação (λ_π) varia entre 70% a 80% do total das preferências, excluindo a meta suavização de juros (λ_i).

[27] Naturalmente, foram levados em conta apenas aquelas combinações para as quais houve convergência da política ótima e os resíduos foram aceitáveis (1.774 das 2.100 resoluções).

Para esse grupo, a restrição de não negatividade mostra-se não relevante, como evidenciam os valores da função $FRRN\ (\lambda_y, \lambda_\pi, \lambda_i, \delta)$.

Tabela 3 – Resultados do Exercício de Calibragem

λ_i	$\frac{\lambda_y}{1-\lambda_i}$	$\frac{\lambda_\pi}{1-\lambda_i}$	δ	$EQM(\lambda_y, \lambda_\pi, \lambda_i, \delta)$	Erro médio absoluto	Erro médio percentual	$FRRN\ (\lambda_y, \lambda_\pi, \lambda_i, \delta)$
0,00	100%	0%	0,50	170,085	13,042	84,194%	-0,16
0,10	20%	80%	0,55	1,764	1,328	8,574%	0,00
0,20	25%	75%	0,65	1,783	1,335	8,620%	0,00
0,30	30%	70%	0,70	1,785	1,336	8,625%	0,00
0,40	90%	10%	0,90	1,773	1,332	8,597%	0,33
0,50	90%	10%	0,90	1,636	1,279	8,257%	0,29
0,60	90%	10%	0,90	1,616	1,271	8,206%	0,24
0,70	85%	15%	0,90	1,673	1,293	8,349%	0,16
0,80	70%	30%	0,90	1,749	1,323	8,538%	0,08
0,90	50%	50%	0,90	1,843	1,358	8,764%	0,02

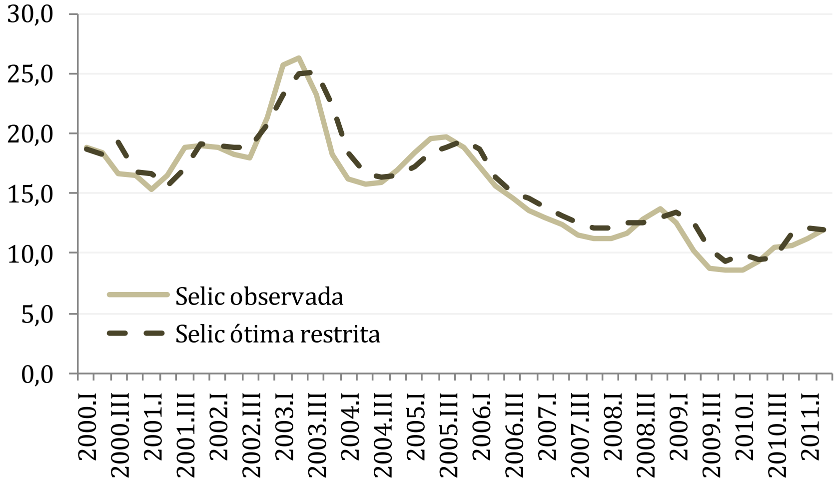
Notas: (1) Erro médio absoluto = $\sqrt{EQM(\lambda_y, \lambda_\pi, \lambda_i, \delta)}$;

(2) Erro médio percentual = Erro médio absoluto / Média Selic $2000{:}01 - 2011{:}02$

Fonte: elaboração própria.

Os menores valores para o critério de comparação EQM, entretanto, foram obtidos pelo conjunto de preferências caracterizado por λ_i entre 0,50 e 0,80, com $\delta = 0{,}90$. Pontualmente, o EQM mínimo foi atingido pela combinação $\lambda_i = 0{,}60$, $\lambda_\pi/(1-\lambda_i) = 10\%\ (\lambda_\pi = 0{,}04)$, $\lambda_y/(1-\lambda_i) = 90\%\ (\lambda_y = 0{,}36)$ e $\delta = 0{,}90$. Nesse grupo, chamam atenção dois aspectos que diferenciam substancialmente as preferências do BCB das obtidas por Portugal e Aragón (2009). Em primeiro lugar, a suavização juros possui peso bastante elevado, deixando margens relativamente reduzidas para as outras metas da política monetária, que, em tese, deveriam ser mais importantes. Em segundo lugar, o peso dado à inflação na condução da política monetária é muito baixo (10% a 30%) quando comparado ao peso do hiato do produto (70% a 90%).

Figura 9 – Ajuste do Modelo com $\lambda_i = 0{,}60$, $\lambda_\pi/(1-\lambda_i) = 10\%$, $\lambda_y/(1-\lambda_i) = 90\%$ e $\delta = 0{,}90$ (EQM mínimo)



Fonte: elaboração própria

Para esse grupo, encontra-se relevância aparentemente pequena (e decrescente em λ_i) da restrição de não negatividade: para as preferências que geraram o EQM mínimo a função $FRRN\ (\lambda_y, \lambda_\pi, \lambda_i, \delta)$ assume o valor de 0,24, por exemplo. Esse resultado sinaliza que os valores distintos obtidos para as preferências do BCB na comparação com Portugal e Aragón (2009) decorrem de fatores que extrapolam a consideração da restrição de não negatividade, tais como a atualização da amostra, a especificação reduzida da economia brasileira, o fato de o modelo não produzir uma regra ótima para todas as combinações de parâmetros possíveis ou a possibilidade de livre variação do parâmetro δ.

Com o objetivo de controlar o efeito desses fatores que podem influenciar os resultados, o modelo objeto do trabalho foi calibrado a partir de soluções obtidas sem a consideração da restrição de não negatividade, pelo método tradicional de aproximação linear-quadrática, como descrito na seção 2.3. Nesse caso, a ausência da restrição permite a convergência da solução para todas as 2.100 combinações de parâmetros utilizadas até aqui. A Tabela 4 apresenta os resultados desse novo exercício de calibragem, trazendo as soluções que geram o EQM mínimo para cada valor de δ utilizado.

Nota-se que a combinação de preferências que adere melhor à realidade sem a consideração da restrição de não negatividade, $\lambda_i = 0{,}10$, $\lambda_\pi/(1-\lambda_i) = 80\%$ ($\lambda_\pi = 0{,}72$), $\lambda_y/(1-\lambda_i) = 20\%$ ($\lambda_y = 0{,}18$) e $\delta = 0{,}55$, estava presente no exercício de calibragem do modelo restrito (é a mesma que gera o 14º menor EQM entre as 1.774 combinações testadas) e é muito semelhante à obtida por Portugal e Aragón (2009) no que diz respeito aos valores de λ_y, λ_π e λ_i. Esse resultado sinaliza que a restrição de não negatividade possui alguma relevância na determinação de preferências do BCB, tendo em vista que o mesmo modelo, quando resolvido sem considerá-la, produz resultados bastante distintos.

Apesar disso, um exame do restante dos dados da Tabela 4 mostra que a restrição de não negatividade, apesar de aparentemente relevante, não parece ser o único fator determinante de preferências tão incomuns emergirem do exercício de calibragem do modelo restrito. Fixando diferentes valores para o parâmetro δ, é possível observar que os aspectos que marcam o conjunto de preferências mais aderente à realidade no caso irrestrito, quais sejam, o valor de λ_i não nulo porém baixo e a meta de inflação (λ_π) dominando as preferências do banco central, estão relacionados ao valor do parâmetro δ. Caso fosse desejável, por motivos pré determinados, fixar o parâmetro δ em 0,95, por exemplo, as preferências que produzem o EQM mínimo para o caso irrestrito seriam $\lambda_i = 0{,}90$, $\lambda_\pi/(1-\lambda_i) = 25\%$ ($\lambda_\pi = 0{,}025$), $\lambda_y/(1-\lambda_i) = 75\%$ ($\lambda_y = 0{,}75$), ou seja, resultado com características semelhantes ao do obtido pelo modelo restrito. Alternativamente, fixando $\delta \geq 0{,}90$, o modelo irrestrito se ajusta melhor à Selic observada com $\delta = 0{,}90$, $\lambda_i = 0{,}90$, $\lambda_\pi/(1-\lambda_i) = 95\%$ ($\lambda_\pi = 0{,}095$) e $\lambda_y/(1-\lambda_i) = 5\%$ ($\lambda_y = 0{,}005$). Nesse caso, com o mesmo valor de δ calibrado no caso restrito, o objetivo de suavização de juros continua apresentando uma importância anormal, porém a meta de inflação volta a receber um peso relativo elevado na comparação com o hiato do produto.

Tabela 4 – Resultados do Exercício de Calibragem para o Modelo Irrestrito

λ_i	$\frac{\lambda_y}{1-\lambda_i}$	$\frac{\lambda_\pi}{1-\lambda_i}$	δ	$EQM(\lambda_y, \lambda_\pi, \lambda_i, \delta)$	Erro médio absoluto	Erro médio percentual	$FRRN\ (\lambda_y, \lambda_\pi, \lambda_i, \delta)$
0,10	30%	70%	0,50	1,807	1,344	8,677%	0,00
0,10	20%	80%	0,55	1,764	1,328	8,574%	0,00
0,20	20%	80%	0,60	1,810	1,346	8,686%	0,00
0,20	25%	75%	0,65	1,782	1,335	8,618%	0,00
0,30	25%	75%	0,70	1,785	1,336	8,624%	0,00
0,50	0%	100%	0,75	1,795	1,340	8,649%	0,00
0,60	20%	80%	0,80	1,797	1,341	8,655%	0,00
0,80	0%	100%	0,85	1,805	1,343	8,672%	0,00
0,90	5%	95%	0,90	1,820	1,349	8,709%	-
0,90	75%	25%	0,95	1,871	1,368	8,831%	-

Notas: (1) Erro médio absoluto = $\sqrt{EQM(\lambda_y, \lambda_\pi, \lambda_i, \delta)}$;

(2) Erro médio percentual = Erro médio absoluto / Média Selic $2000{:}01 - 2011{:}02$

Fonte: elaboração própria.

Dessa forma, conclui-se que os resultados de Portugal e Aragón (2009) para as preferências λ_y, λ_π e λ_i do BCB são integralmente reproduzidos pelo modelo empregado no presente trabalho, para o caso irrestrito, somente devido à possibilidade de variação do parâmetro δ. Tal possibilidade, além de enriquecer a gama de trajetórias ótimas de juros disponíveis para comparação com a Selic observada, faz-se necessária para a consideração da restrição de não negatividade, como já ressaltado na seção 3.2, tendo em vista a dificuldade de convergência da solução do modelo restrito com valores de δ elevados. Além disso, apesar de provocar alguma estranheza, é necessário sublinhar o fato de que para o modelo irrestrito, ao contrário do caso restrito, um δ menor se ajusta melhor à realidade.

Sobre a causa desses resultados, não se pode eliminar a possibilidade de influência da atualização da amostra, que passou a englobar valores anteriormente inéditos para o hiato do produto e para a taxa Selic, decorrentes do agravamento da crise financeira internacional, no final de 2008. A confirmação dessa e de outras possibilidades, entretanto, depende do avanço no esforço de aplicação de modelos de otimização da política monetária ao caso brasileiro em algumas direções. Em especial, parece bastante conveniente a realização de exercícios adicionais com o modelo irrestrito completo, cuja estrutura de economia se adapta melhor à dinâmica da inflação brasileira, principalmente. Especificamente, cabe investigar se a atualização de sua amostra e a liberdade de variação do parâmetro δ em sua calibragem causam alguma influência sobre seus resultados.

4 Considerações finais

O presente trabalho buscou verificar as implicações da consideração da restrição de não negatividade sobre o modelo tradicional de otimização da política monetária aplicado à economia brasileira. A partir do método de colocação, foi possível a obtenção de soluções numéricas para uma trajetória ótima de juros restrita ao comportamento da economia brasileira.

Levando em conta os estados pelos quais transitou a economia ao longo do RMI, conclui-se que a consideração da restrição de não negatividade pode ser relevante quando o objetivo é a geração de regras ótimas de atuação para o BCB a partir de preferências predeterminadas. Tal relevância, contudo, depende dos parâmetros empregados no conjunto de preferências da autoridade monetária. Resumidamente, a importância da restrição é positivamente relacionada com o peso da inflação na função objetivo do banco central e à taxa de paciência da autoridade monetária. Adicionalmente, é negativamente relacionada à meta de suavização da taxa de juros.

No que diz respeito à identificação das preferências do BCB ao longo do RMI, os resultados guardam alguma ambiguidade. Em um exercício de calibragem, os parâmetros mais aderentes à realidade são bastante distintos daqueles atingidos por Portugal e Aragón (2009), bem como daqueles produzidos pelo próprio modelo quando se pratica a calibragem sem a consideração da restrição de não negatividade, o que constitui uma evidência favorável à relevância da mesma. A fixação de alguns valores preconcebidos para a taxa de paciência do banco central, contudo, é capaz de gerar, mesmo no caso irrestrito, preferências com algumas semelhanças em relação às obtidas com o modelo restrito. Em outras palavras, a restrição de não negatividade não parece ser o único fator determinante das preferências emergentes do exercício de calibragem do modelo restrito.

Adicionalmente, os indícios de relevância da consideração da restrição de não negatividade devem ser analisados com cautela, tendo em vista alguns aspectos envolvidos no processo de construção dos resultados do trabalho. Em primeiro lugar, devem ser levadas em conta os ajustes necessários à aplicação do método numérico de colocação para a resolução do problema de otimização, principalmente a exigência de representação da economia brasileira por meio de um modelo estrutural com apenas quatro variáveis. Em segundo lugar, é necessário ressaltar que as preferências do BCB obtidas pelo critério de EQM mínimo, apesar de produzirem uma trajetória ótima para a taxa Selic com ajuste superior, em termos absolutos, ao de Portugal e Aragón (2009)[28], parecem um tanto incomuns para um banco central que utiliza a estratégia de metas de inflação. Por fim, não se pode perder de vista o fato de que as soluções para o modelo restrito à não negatividade da taxa de juros consistem em aproximações obtidas por meio de um método numérico que envolve um processo de discretização das variáveis consideradas.

REFERÊNCIAS

ADAM, K., BILLI, R.M. (2006). Optimal monetary policy under commitment with a zero bound on nominal interest rates. *Journal of Money, Credit, and Banking*, v. 38, p. 1877-1906.

BALL, L. (1999). Efficient Rules for Monetary Policy. *International Finance,* n.2, p . 63–83.

BOGDANSKI, J.; TOMBINI, A. A.; WERLANG, S. C. (2000). Implementing inflation targeting in Brazil. Banco Central do Brasil. *Working Paper Series,* n. 1.

[28] As preferências obtidas por Portugal e Aragón (2009) produziram um EQM de 1,474 em relação à Selic observada.

BONOMO, M.; BRITO, R. (2002). Regras monetárias e dinâmica macroeconômica no Brasil: Uma abordagem de expectativas racionais. *Revista Brasileira de Economia*, 56(4):551–589.

COLLINS, Y. Y.; SIKLOS, P. L. (2004). Optimal monetary policy rules and inflation targets: are Australia, Canada and New Zealand different from the US? *Open Economics Review*, v. 15, n.4, p. 347–362.

FARIA, R. M. (2006). Dois exercícios de política monetária e fiscal com atuação ótima do Banco Central. Tese de Doutorado, Escola de Administração de Empresas de São Paulo, Fundação Getúlio Vargas.

FREITAS, P. S.; MUINHOS, M. K. (2001) A Simple Model for Inflation Targeting in Brazil. Banco Central do Brasil. *Working Paper Series*, n. 18.

HANSEN, L.; SARGENT, T. (2004). Recursive models of dynamic linear economies. Mimeo.

KATO, R.; NISHIYAMA, S-I. (2005). Optimal monetary policy when interest rates are bounded at zero. *Journal of Economic Dynamics and Control*, v.29, p. 97-133,.

LJUNQVIST, L.; SARGENT, T. (2000). *Recursive Macroeconomic Theory*. MIT Press, Cambridge, 2nd edition.

McCALLUM, B. (1999). Theoretical Analysis Regarding a Zero Lower Bound on Nominal Interest Rates. Monetary Policy in a Low Inflation Environment Conference, Federal Reserve Bank of Boston, Outubro.

MIRANDA, M.; FACKLER, P. (2002) *Applied computational economics and finance*. Massachusetts: The MIT Press.

NISHIYAMA, S-I. (2009). Monetary policy lag, zero lower bound, and inflation targeting. Working Paper, Bank of Canada, v. 2009-2.

ORPHANIDES, A.; WIELAND, V. (1998). Price Stability and Monetary Policy Effectiveness when Nominal Interest Rates are Bounded at Zero. *Finance and Economics Discussion Series*, v. 98 n. 35, Board of Governors of the Federal Reserve System, Junho.

________________ (2000). Efficient monetary policy design near price stability. *Journal of the Japanese and International Economies*, v. 14, p. 327–365.

PORTUGAL, M. S; ARAGÓN, E. K. S. B. (2009) Central bank preferences and monetary rules under the Inflation Targeting regime in Brazil. *Brazilian Review of Econometrics*, v. 29, n. 1, p. 79-109.

RUDEBUSCH, G. D.; SVENSSON, L. E. (1999). Policy rules for inflation targeting. In Taylor, J. B., editor, *Monetary Policy Rules*. The University of Chicago Press, Chicago.

SVENSSON, L. E. O. (1997). Inflation forecast targeting: implementing and monitoring inflation targets. *European Economic Review*, v. 41, p. 1111-1146.

_________________(1999). Inflation targeting as a monetary policy rule. *Journal of Monetary Economics*, v. 43, p. 607-654.

WOODFORD, M. (2003). *Interest and Prices: Foundations of a Theory of Monetary Policy*. Princeton University Press, New Jersey.