

***Aos Vencedores, as Batatas:***  
**um Estudo sobre os Determinantes da Desigualdade Injusta**  
**Brasileira, 1995 a 2009<sup>1\*</sup>**

**Ana Cláudia Annegues da Silva**

Programa de Pós Graduação em Economia  
Universidade Federal da Paraíba, Brasil  
E-mail: [annegues.ana@gmail.com](mailto:annegues.ana@gmail.com)

**Wallace Patrick Santos de Farias Souza**

Programa de Pós Graduação em Economia  
Universidade Federal da Paraíba, Brasil  
E-mail: [wpsfarias@gmail.com](mailto:wpsfarias@gmail.com)

**Erik Alencar de Figueiredo**

Programa de Pós Graduação em Economia  
Universidade Federal da Paraíba, Brasil  
Pesquisador do CNPq  
E-mail: [eafigueiredo@gmail.com](mailto:eafigueiredo@gmail.com)

---

\*O terceiro autor agradece o apoio financeiro do CNPq (projeto 470202/2012-2).

# ***Aos Vencedores, as Batatas:*** **um Estudo sobre os Determinantes da Desigualdade Injusta Brasileira, 1995 a 2009**

**Resumo:** O objetivo deste trabalho é analisar a evolução da desigualdade injusta brasileira entre os anos de 1995 e 2009 utilizando uma abordagem não-paramétrica na estimação da função de rendimentos. Para tanto, adotou-se uma estratégia empírica baseada em quatro passos: i) empregou-se um teste de especificação desenvolvido por Racine (2006); ii) as medidas de entropia adotadas por Li e Racine (2009), afim de quantificar os diferenciais de rendimento para cada variável de esforço isoladamente; iii) criação de normas de justiça e cálculo do índice de Gini injusto com base nos valores ajustados da estimação não-paramétrica e iv) um teste de robustez para as estimativas que inclui variáveis de circunstância. Os resultados encontrados mostraram a superioridade do modelo de regressão não-paramétrico. A evolução das entropias mostrou que a diferença de renda atribuída ao determinante educação reduziu durante o período. Além disso, a comparação entre os Gini injustos para a inferência paramétrica tradicional e a adotada pelo presente estudo revelou uma diferença média de 10% entre as duas medidas. Por fim, a análise de robustez atestou a plausibilidade dos resultados de cada etapa da execução empírica.

**Palavras-Chave:** Distribuição de renda, Injustiça.

**Abstract:** The objective of this study is to analyze the evolution of Brazilian unfair inequality between the years 1995 and 2009 using a non-parametric approach to estimate the function of income. Therefore, we adopted a strategy based on four empirical steps: i) we used a test specification developed by Racine (2006), ii) the entropy measures adopted by Li and Racine (2009), in order to quantify the differential yield for each effort variable separately iii) creation of norms of justice and calculation of unfair Gini index based on the values of adjusted non-parametric estimation and iv) a robustness test for the estimates which includes circumstance variables. The results showed the superiority of the nonparametric regression model. The evolution of the entropy showed that the income difference attributed to education reduced during the period. Moreover, the comparison between unfair Gini to traditional parametric inference and adopted by this study found an average difference of 10% between the two measurements. Finally, robustness analysis attested the plausibility of the results of each step of the empirical implementation.

**Keywords:** Income Distribution; Unfairness.

**JEL-Classification:**

## 1 Introdução

*“Ao(s) vencedor(es), as batatas”*  
Quincas Borba, Machado de Assis, 1891.

A economia brasileira, marcada por um longo período de desigualdade crescente desde os anos 1960, passa a ter uma melhora nos indicadores sociais a partir de meados da década de 1990 (Azevedo, 2007 e Figueiredo e Ziegelmann, 2009), decorrente de um ambiente macroeconômico propício às transformações ocorridas, tais como a estabilização da inflação e a inserção do Brasil no mercado internacional. É notório também que nesse período houve um aumento substancial nos programas de transferência de renda governamental, resultando em um aumento no nível de renda e a consequente melhora nos níveis de pobreza. (Figueiredo e Netto Jr, 2013).

No entanto, embora esses indicadores levem a crer que o Brasil se tornou um país mais justo, a literatura tem questionado o tratamento usual dado à desigualdade de renda, que considera a perfeita igualdade como o ideal de justiça social. Nesse sentido, tem-se desde os seguidores da tradição rawlsiana, como Dworkin (1981) e Arneson (1989), que defendem as diferenças na desigualdade de renda atreladas a preferências individuais, a autores como Roemer (1998), que tratam do conceito de desigualdade de oportunidades.

Seguindo esse último enfoque, os resultados econômicos individuais dependem de variáveis de responsabilidade (definidas como esforço) e variáveis de não responsabilidade (definidas como circunstâncias). Nessa linha de raciocínio, vários pesquisadores argumentam que apenas a desigualdade devido a variáveis de não responsabilidade (também denominada de desigualdade injusta) é socialmente indesejável.

Sendo assim, alguns estudos têm tentado mensurar a desigualdade de oportunidades e a sua contribuição para a desigualdade total. Para tanto, técnicas paramétricas diretas e indiretas baseadas em uma forma funcional definida são utilizadas, como em Bourguignon et al. (2007), que aborda os determinantes da distribuição de renda contrafactual supondo que todos possuem as mesmas circunstâncias e Salvi (2007), que explora os dados em painel para distinguir as circunstâncias e o esforço em variantes e invariantes no tempo.

Empregando o conceito de responsabilidade-sensível, Figueiredo (2011) procura mensurar a distância nas distribuições entre a desigualdade de renda e uma norma de justiça calculada a partir de uma função de renda  $g$ , aproximada por uma regressão log-linear. Nessa estimação o autor usa apenas variáveis de responsabilidade, uma vez que o período da análise (1995-2009) não contém informações sobre o background familiar (nível educacional e ocupação dos pais), sendo a parte explicada pelas variáveis de não responsabilidade incluídas no termo estocástico.

Contudo, essa metodologia carrega alguns problemas, sendo o principal deles a endogeneidade gerada pelo grau de relação entre variáveis de esforço e circunstâncias. Além disso, muitos estudos, ao assumirem uma forma funcional para os rendimentos individuais, podem incorrer em um viés de especificação, dado o caráter aleatório das relações entre as variáveis.

Assim, o presente artigo tenta suprir essa lacuna no sentido de empregar uma abordagem não paramétrica (sem forma funcional definida para  $g$ ) e a partir disso o objetivo consiste em responder as seguintes questões: partindo da hipótese que a renda é explicada prioritariamente pelas variáveis de responsabilidade, qual delas possui maior poder de explicação? As variáveis de esforço estão perdendo influência na determinação dos diferenciais de rendimento ao longo do período analisado? Ao suprimir as variáveis de não responsabilidade, os resultados encontrados não estariam expostos a algum grau de viés?

Para tanto, será empregada a seguinte estratégia empírica composta por quatro procedimentos. Primeiramente serão realizados testes de especificação visando justificar a utilização do método não paramétrico para estimação da equação da renda. O segundo passo consiste em dividir a amostra em dois grupos de indivíduos, classificados de maneira *ad hoc* em “alto esforço” e “baixo esforço”, segundo cada variável de responsabilidade, e estimar a renda contra cada determinante de esforço isoladamente (mantendo os demais constantes), observando o comportamento do grau de explicação de cada um deles para a desigualdade de rendimentos ao longo do período analisado. Será feita a comparação entre as curvas com base nas medidas de entropia abordadas em Racine (2009). No terceiro passo serão criados índices de Gini injustos, com o objetivo de medir o impacto das inferências não paramétricas no cálculo dos índices de justiça, e assim verificar se a abordagem paramétrica tradicional tende a superestimar ou não essas medidas. Como forma de realizar inferências sobre resultados obtidos, no quarto e último procedimento será feito um teste de robustez, utilizando os dados das PNAD de 1996. Esse ano foi escolhido por conta do suplemento de mobilidade social, onde são sumarizadas as informações relacionadas à educação, escolaridade e ocupação dos pais dos indivíduos selecionados (*background familiar*).

O período analisado compreende os anos de 1995 a 2009, cujos dados estão contidos na Pesquisa Nacional por Amostras de Domicílios (PNAD). As variáveis de esforço individuais usadas são: nível educacional, decisão de migrar, horas trabalhadas e status no mercado de trabalho. Como variável dependente será usada o log dos salários nominais (*proxy* para o rendimento individual).

Além dessa introdução, o restante do artigo está dividido da seguinte forma. Na próxima seção será apresentada a estratégia empírica que está subdividida na análise da relação entre desigualdade e esforço, a estimação de variável sem forma funcional definida, e o modelo não paramétrico. A terceira seção será dedicada à comparação das distribuições para cada variável de responsabilidade usada e para a mensuração da medida de entropia. Na quarta parte são apresentados os resultados e discussões a respeito do tema e a quinta parte é reservada para as considerações finais.

## 2 Procedimentos Metodológicos

O objetivo desta seção é apresentar os principais procedimentos metodológicos do estudo. Em primeiro lugar, serão destacados os conceitos teóricos associados à literatura da desigualdade de oportunidades ou desigualdade injusta. Em seguida, elencar-se-ão os passos da execução empírica visando tornar claros os procedimentos de análise do estudo (subseção 2.1.1). Os métodos associados a cada passo serão abordados na subseção 2.1.2. Por fim, será apresentado o banco de dados.

### 2.1 Desigualdade de Oportunidades: Procedimentos Teóricos e Técnicos

A abordagem tradicional da desigualdade de oportunidades considera que o resultado econômico de um indivíduo é fruto de fatores de circunstância, tais como *background* familiar, raça, gênero, entre outros; e de esforço, associado às variáveis cujos agentes possuem controle, neste caso, destacam-se os anos de estudo, horas trabalhadas, etc (Roemer, 1998).<sup>2</sup> Em suma, diferente da visão igualitária moderna,<sup>3</sup> considera-se justa a situação onde uma sociedade garante aos seus membros acesso igual aos benefícios, independente de suas circunstâncias, sendo o esforço responsável pela transformação desse acesso aos benefícios em ganhos reais para os indivíduos. Em outras palavras, apenas a desigualdade oriunda de variáveis de circunstância é socialmente indesejável. Portanto, equalizar as oportunidades significa corrigir as circunstâncias desiguais e manter as diferenças de esforço inalteradas.<sup>4</sup>

Contudo, embora o conceito de igualdade de oportunidades seja simples, sua operacionalização carrega alguns desafios importantes, destacando-se a definição da variável de esforço. Fleurbaey (1998) considera o esforço como não observável e usa uma abordagem não paramétrica para a sua identificação baseada na Roemer's Identification Assumption (RIA), na qual assume que variáveis de esforço multidimensionais podem ser distribuídas independentemente das circunstâncias dos indivíduos. Por outro lado, Borghingnon et al. (2007) considera o esforço como observável e desenvolve um modelo paramétrico, no qual, endogenamente, o esforço depende das circunstâncias. Em resumo, o esforço pode ser considerado uma variável latente (não observável), ou não.<sup>5</sup> Ao adotar uma estrutura na qual o esforço é um fator observável, as representações tradicionais paramétricas, assumem que o resultado

---

<sup>2</sup> Alternativamente, a desigualdade de oportunidades pode ser abordada a partir da comparação dos resultados econômicos condicionados aos conjuntos de variáveis de oportunidades. Para detalhes, ver Pattanaik e Xu (1990) e Kranich (1996). Uma síntese das diversas abordagens é fornecida em Ooghe et al. (2007).

<sup>3</sup> Contida, por exemplo, em Dworkin (1981), Arneson (1989).

<sup>4</sup> A discussão relacionada à norma social de justiça é complexa e envolve uma série de visões conflitantes. Para uma síntese dessa discussão, ver Thomson (2011) e Fleurbaey e Maniquet (2011).

<sup>5</sup> Em Borghingnon et al (2007), por exemplo, as variáveis de esforço são aproximadas a partir dos anos de estudo, decisão de migrar e status do trabalhador no mercado de trabalho. Já Checchi e Peragine (2009) o tomam como um fator não observável, assumindo assim a Roemer's Identification Axiom (Roemer, 1996), supondo que indivíduos com diferentes conjuntos de oportunidades, mas estando no mesmo percentil da distribuição condicionada ao seu tipo, desempenham o mesmo nível de esforço.

econômico, e.x. salário, é uma função das variáveis de circunstância ( $C_i$ ) e de esforço ( $E_i$ ), seguindo uma estrutura aditivamente separável:

$$Y_i = \alpha C_i + \lambda E_i + u_i. \quad (1)$$

A equação (1), no entanto, requer a disponibilidade dos dois conjuntos de variáveis (esforço e circunstâncias), o que, via de regra, não é possível na maioria dos *surveys* internacionais. Diante disso, uma série de estudos assume que a determinação do resultado econômico pode se dar a partir de um conjunto de variáveis de esforço aliada a suposições relativas ao termo aleatório.

Devooght (2008), por exemplo, adota um critério normativo, onde o termo de erro é incluído no conjunto de variáveis de circunstâncias ( $C_i$ ). Na mesma linha de raciocínio, Almås (2008) e Almås et al. (2011), constroem uma norma de justiça *responsibility-sensitive* e propõem o *Unfairness Gini Index*, aplicado-o aos dados noruegueses. Estratégia similar é adotada em Figueiredo (2011) e Figueiredo e Netto Jr (2013), onde são calculadas as desigualdades injustas brasileiras para o período de 1995 a 2009.

Os resultados relacionados à economia brasileira chamam a atenção, uma vez que o país apresenta uma redução expressiva da desigualdade total da renda (índice de Gini), sem alteração na desigualdade injusta. Dado que o cálculo dos índices injustos se baseia em variáveis de esforço (educação, horas de trabalho, decisão de migrar e status no mercado de trabalho), a manutenção dos índices informa que o *peso* dessas covariadas na explicação das equações de rendimento tem-se mantido constante ao longo dos anos. Em verdade, as equações presentes em Figueiredo e Netto Jr (2013), demonstram uma queda no grau de ajuste das regressões ( $R^2$ ). Diante dessa constatação, os autores postulam:

i) given that the construction of the fairness rule considers that the unobservable factors (error term) are the nonresponsibility variables, a decrease in  $R^2$  implies that these factors have a heavier weight in 2009 than in 1995. In other words, earnings density in 2009 depends much more on variables related to origin, color, and family background than on factors related to effort; or ii) such a pattern would for instance occur if, with the quantitative expansion in the access to education, differences in the quality of education tend to matter more over time (Figueiredo e Netto Jr, 2013, p. 8).

Contudo, pelo menos uma ressalva deve ser feita: os autores utilizam uma estrutura paramétrica linear similar à (1). Caso essa especificação não seja apropriada, por exemplo, e a relação entre renda e as variáveis de esforço possua uma estrutura não linear, os valores previstos pelas equações estimadas (utilizados para construção dos

índices de desigualdade injusta), e, por conseguinte, os graus de ajuste das regressões ( $R^2$ ), não são válidos.<sup>6</sup>

Diante dessa limitação, este estudo propõe uma modelagem alternativa, onde o resultado econômico é representado por:

$$\ln Y_i = m(E_i) + g(\xi_i), \quad (2)$$

onde  $g(\xi_i) = s(C_i, u_i)$ . Observa-se também que, ao contrário de (1), a equação (2) não impõe uma forma linear para descrever o elo entre o resultado econômico e as suas covariadas. Em vez disso, supõe-se que esta relação se dá a partir de funções desconhecidas,  $m(\cdot)$ ,  $g(\cdot)$  e  $n(\cdot)$ . No mais, considera-se que  $E_i \perp \xi_i$ , ou seja, postula-se a independência entre os dois conjuntos de variáveis.<sup>7</sup> Em suma, conjugam-se as abordagens inspiradas na suposição normativa de Devooght (2008), com a estrutura não paramétrica largamente adotada em estudos econômicos.<sup>8</sup> A aplicação desses métodos seguirá o cronograma empírico descrito a seguir.

### 2.1.1 Cronograma da Execução Empírica

A estratégia empírica envolve os seguintes procedimentos:

- 1) Serão realizados testes de especificação visando comparar as alternativas paramétrica e não paramétrica para as equações de rendimento.

Esta etapa é necessária para que a estrutura não paramétrica não seja adotada de maneira *ad hoc*. Um exemplo da aplicação desse procedimento pode ser encontrado em Figueiredo et al. (2011), onde se observa a pertinência das formas funcionais paramétricas para a curva de Kuznets.

- 2) Serão criados grupos de alto e de baixo esforço. Considerar-se-ão quatro divisões, cada uma associada a uma dimensão do esforço, a saber: **Educação:** *baixo esforço* para pessoas com menos de quatro anos de estudo e *alto esforço* para os demais; **Migração:** *baixo esforço* para os não migrantes e *alto esforço* para os migrantes; **Horas de trabalho:** *baixo esforço* para os que trabalham menos de 20 horas semanais e *alto esforço* para os demais; **Status do mercado de trabalho:** *baixo esforço* para os trabalhadores de conta própria e informais e *alto esforço* para os trabalhadores do setor formal.

---

<sup>6</sup> A discussão sobre grau de ajuste em modelos não lineares e apresentação de alternativas a esse parâmetro são fornecidas em Maasoumi et al. (2007).

<sup>7</sup> Esta hipótese será relaxada na seção destinada aos testes de robustez.

<sup>8</sup> Para uma síntese, ver Li e Racine (2007).

A ideia é mensurar a distância entre os grupos de baixo e alto esforço ao longo dos anos. Essa identificação se baseará nos valores ajustados das regressões. Com isso, será possível responder se, de fato, o esforço vem perdendo sua influência na determinação da renda do brasileiro.

- 3) Com base nos valores ajustados das regressões não paramétricas, serão criadas normas de justiça e índices de Gini injustos.

Esse procedimento informará se o *ganho* obtido na aplicação de um método não paramétrico para as regressões de salários se refletirá de forma significativa nos índices de injustiça.

- 4) Por fim, será empregada uma análise de robustez com base em uma amostra contendo variáveis de esforço e circunstância.

Os focos da análise serão a hipótese da independência entre os dois conjuntos de variáveis e a omissão das variáveis de circunstância nos procedimentos 1 a 3. Para tanto, serão utilizadas informações do suplemento social da Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios (PNAD), no ano de 1996.

A execução desse cronograma (passos 1 a 4) será baseada em um instrumental não paramétrico e em um conjunto de dados apresentados nas duas próximas subseções.

### 2.1.2 Inferência

Serão adotados três métodos não paramétricos. O primeiro, teste de especificações, relaciona-se ao passo 1 da estratégia empírica, i.e., testa a robustez da especificação não paramétrica frente à paramétrica. O segundo diz respeito às estimações não paramétricas para as equações salariais e; o terceiro refere-se ao cálculo das distâncias (entropias) entre os grupos de baixo e alto esforço.

**Teste para as Especificações:** este estudo opta pelo teste *kernel-based* desenvolvido por Racine (2006). Para entender a estrutura do teste de especificação de Racine (2006), considere a representação paramétrica:

$$y_i = q(x_i, \beta) + \eta_i, \quad i = 1, \dots, n.$$

Caso a especificação seja a correta, a esperança do erro  $\eta_i$  condicionada a  $x_i$  será igual à zero. Dessa forma, o estimador para  $\beta$  será consistente. Contudo, caso  $q(x_i, \beta)$  seja mal especificada, seguindo a usual estrutura de regressão linear, por exemplo, o



estimador de  $\beta$  será inconsistente. Ciente disso, considere a correta especificação como a hipótese nula:<sup>9</sup>

$$H_0 : P[F(q(x_i, \beta) | x_i)] = 1, \text{ para algum } \beta \in \mathfrak{N} \forall i \geq 1,$$

onde  $q(\cdot)$  é uma função conhecida,  $\beta$  é um vetor de parâmetros desconhecidos e  $\mathfrak{N}$  é um subconjunto compacto de  $\mathbb{R}^d$ . A hipótese alternativa será

$$H_1 : P[F(q(x_i, \beta) | x_i)] < 1, \text{ para algum } \beta \in \mathfrak{N} \forall i \geq 1.$$

A hipótese nula será verdadeira se  $E(\varepsilon_i | x_i) = 0$ , sendo  $I = E\{[E(\varepsilon_i | x_i)]^2 f(x_i)\} \geq 0$ , onde  $f(x_i)$  a densidade marginal para  $X$ . Neste caso,  $I = 0$  se e somente se  $H_0$  for verdadeira. Assim,  $I$  será um candidato para testar  $H_0$ .

Entretanto, uma observação deve ser feita. Regra geral, os métodos kernel são apropriados para dados contínuos. Contudo, utilizando um método de frequências (Li e Racine (2007, cap. 3), pode-se tratar, em um mesmo conjunto de dados, variáveis discretas e contínuas. Sendo assim, considere  $x_i^d$  como um vetor de variáveis discretas de dimensão  $r \times 1$  e  $x_i^c \in \mathbb{R}^d$  como as demais variáveis contínuas. Dessa forma,  $x_i = (x_i^c, x_i^d)$ .

Defina o  $I$  amostral por

$$I_n = n^{-2} \sum_i \sum_{j \neq i} \hat{\varepsilon}_i \hat{\varepsilon}_j K_{\gamma, ij},$$

onde  $K_{\gamma, ij} = W_{h, ij} L_{\lambda, ij}$ ,  $\gamma = h, \varphi$  são os bandwidths,  $W_{h, ij}$  e  $L_{\lambda, ij}$  são as funções kernel multivariadas para os dados discretos e contínuos, respectivamente, e  $\hat{\varepsilon}_i$  são os erros amostrais do modelo.

Racine (2006) recomenda a utilização do método de validação cruzada para a seleção dos bandwidths,<sup>10</sup> substituindo  $(h_1, \dots, h_q, \varphi_1, \dots, \varphi_r)$  por suas estimativas  $(\hat{h}_1, \dots, \hat{h}_q, \hat{\varphi}_1, \dots, \hat{\varphi}_r)$ . Com isso, define-se  $\hat{I}_n$ . Sob algumas suposições, o autor demonstra que, sob  $H_0$

$$\mathcal{J}_n = n(\hat{h}_1, \dots, \hat{h}_q)^{1/2} \hat{I}_n / \sqrt{\hat{\Omega}} \rightarrow N(0, 1), \quad [3]$$

com

<sup>9</sup> A hipótese nula baseia-se na definição de teste consistente. Para detalhes, ver Li e Racine (2007).

<sup>10</sup> Para detalhes relacionados ao método de validação cruzada, ver Härdle (1990).

$$\hat{\Omega} = \frac{2(\hat{h}_1, \dots, \hat{h}_q)}{n^2} \sum_i \sum_{j \neq i} \hat{\varepsilon}_i^2 \hat{\varepsilon}_j^2 W_{\hat{h},ij}^2 L_{\hat{\lambda},ij}^2.$$

Os valores críticos são tabulados via “*wild bootstrap*”. Detalhes relacionados ao processo de inferência, bem como a performance do teste em amostras finitas são apresentados e discutidos em Racine (2006). Grosso modo, o teste  $\hat{J}_n$  consiste em diversas etapas, destacando-se a estimação de regressões com *mixed data* (Racine e Li 2004), a obtenção de estimativas para os bandwidths de variáveis discretas e contínuas.

**Estimações Não Paramétricas:** Grande parte dos estudos empíricos admite uma forma funcional específica, em geral log-linear, para a mensuração da desigualdade de oportunidades, podendo-se citar Bourguignon et al. (2007), Devooght (2008), Figueiredo e Netto Jr (2013), entre outros. Entretanto, a modelagem paramétrica pode não ser apropriada, diante da incerteza referente às relações entre variáveis explicada e explicativas. Alternativamente, uma estimação não paramétrica caracteriza-se pela não imposição de formas funcionais para a equação, sendo, com isso, capaz de revelar aspectos da estrutura dos dados não captados pela abordagem paramétrica tradicional.

Este estudo considerará o *Local-Constant Kernel Estimator* para dados mistos, sugerido por Li e Racine (2004), tendo em vista que as regressões incluem variáveis categóricas. Os autores utilizam uma função de Kernel para o alisamento das variáveis discretas, que assume as formas:

$$l(X_{t,i}^d, x_t^d) = \begin{cases} 1 & \text{se } X_{t,i}^d = x_t^d \\ \lambda & \text{se } X_{t,i}^d \neq x_t^d \end{cases}$$

Define-se  $d_{xi,x} = \sum_{t=1}^k 1(X_{t,i}^d \neq x_t^d)$  como sendo o número de componentes desiguais entre  $X_{t,i}^d$  e  $x_t^d$ . Assim, o *product Kernel* para variáveis discretas será

$$L(X_i^d, x^d, \lambda) = \prod_{t=1}^k l(X_{t,i}^d, x_t^d) = 1^{k-d_{xi,x}} \lambda^{d_{xi,x}} = \lambda^{d_{xi,x}}.$$

Seja  $W(\cdot)$  a função de Kernel associada às variáveis contínuas e  $h$  os seus parâmetros de alisamento. Usando a notação  $K_{h,ix} = W_{h,ix} L_{\lambda,ix}$ , onde  $W_{h,ix} = h^{-p} W((X_i^c - x^c)/h)$  e  $L_{\lambda,ix} = L(X_i^d, x^d, \lambda)$ , o estimador de Kernel para a função densidade conjunta de  $(X_i^c, X_i^d)$  é dado por:

$$\hat{f}(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n K_{h,ix}.$$

Em resumo, a verdadeira função de rendimentos corresponde à média condicionada da variável dependente e seu estimador é definido como:

$$\hat{g}(x) = \frac{n^{-1} \sum_{i=1}^n Y_i K_{h,ix}}{\hat{f}(x)}$$

Onde  $Y_i$  é a variável dependente e  $K_{h,ix}$  tal qual definido acima. Os resultados dessa função são sumarizados na forma de gráficos de regressão parcial. Plota-se a parte explicada da regressão multivariada contra cada variável de esforço, matendo as demais constantes, em uma série de gráficos bivariados. Em outras palavras, plota-se  $\hat{g}$  versus o valor esperado dos regressores sendo dois deles mantidos em suas respectivas médias; tudo isso para dois grupos diferentes de indivíduos segregados em “baixo esforço” e “alto esforço”, segundo cada fator de responsabilidade analisado. Esse procedimento, adotado em Li e Racine (2009), permite fazer a comparação das curvas de ambos os grupos com base na distância entre elas e, assim, acompanhar a capacidade desses regressores de explicar a desigualdade entre os rendimentos ao longo do tempo. A quantificação dessas distâncias é feita através de uma medida de entropia, que será explanada com mais detalhes na subseção seguinte.

**Medida de Entropia das Distâncias:** As medidas de entropia representam uma quantificação formal das distâncias entre as distribuições. Uma medida ideal de distância entre duas variáveis aleatórias apresenta uma série de propriedades desejáveis, a saber: (a) é normalizada para zero, caso  $X$  e  $Y$  sejam idênticas; (b) o módulo da medida é igual a um, caso exista uma relação exata (não linear) mensurável entre as variáveis,  $Y = g(X)$ ; (c) tem valor próximo do coeficiente de correlação linear para o caso de uma distribuição normal bivariada; (d) é uma medida verdadeira de distância e não apenas de divergência entre as distribuições; (e) a medida ideal é bem definida tanto para variáveis contínuas quanto para variáveis discretas e; (f) é invariante sob transformações contínuas e estritamente crescentes como  $h(\cdot)$ . Isso é útil, desde que  $X$  e  $Y$  sejam independentes e se, e somente se,  $h(X)$  e  $h(Y)$  são também independentes.

Li e Racine (2009) utilizam as medidas de entropia para realizar inferências sobre o grau de ajuste dos modelos, mensurando a distância entre valores observados e valores ajustados, uma vez que o  $R^2$  tradicional e outras medidas de correlação são inadequadas quando se admite a não linearidade da função estimada. A entropia utilizada pelos autores foi sugerida por Granger et al. (2004) e consiste em uma normalização que possui as propriedades acima listadas, bem como uma métrica de distância apropriada:

$$S_\rho = \frac{1}{2} \int (f_1^{1/2} - f_2^{1/2})^2 dx$$

onde  $f_1$  e  $f_2$  são as densidades marginais das variáveis aleatórias. Para uma maior confiabilidade dos resultados, o método de bootstrap é conduzido via reamostragem com reposição da distribuição conjunta de  $X$  e  $Y$ .

Como já mencionado, o presente estudo utilizará as medidas de entropia como um indicador de desigualdade de esforço entre os grupos (passo 3). Os valores ajustados da variável dependente para os indivíduos com baixo esforço e alto esforço serão plotados contra cada variável explanatória, mantendo-se as demais constantes. Através das medidas de entropia são calculadas as distâncias entre as curvas e em seguida é feito um teste para igualdade de densidades univariadas, que se baseia na hipótese nula  $S_\rho = 0$ .

### 2.1.3 Dados

Os dados utilizados no estudo são fornecidos pela Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios (PNAD) para o período que compreende os anos de 1995 a 2009. Consideram-se os homens chefes de família, com idade entre 25 e 60 anos, residentes em áreas urbanas. Os rendimentos são representados pelo salário por hora, expresso em reais de setembro de 2009, tal qual utilizado em Bourguignon et al (2007).

O vetor de variáveis de esforço é representado por: a) anos de estudo do indivíduo; b) uma *dummy* para migração; c) seu status no mercado de trabalho (trabalhador formal, sem carteira de trabalho assinada ou trabalhando por conta própria) e d) horas semanais de trabalho. Para cada uma das variáveis foram definidos “alto esforço” e “baixo esforço”, conforme explicitado na seção 2.1.1 (passo 2).

## 3 Resultados

Esta seção mostra os resultados para cada um dos passos elencados na estratégia empírica. Primeiramente são procedidos os testes de especificação para as equações de rendimento. Em seguida, é feita uma análise gráfica das densidades não paramétricas comparando as diferenças entre a renda dos grupos “alto esforço” e “baixo esforço” ao longo do período analisado, variando cada fator de responsabilidade isoladamente. A quantificação formal dessas distâncias será obtida a partir das medidas de entropia para as distâncias entre as densidades dos dois grupos. Por fim, serão realizados os testes de robustez, onde serão utilizadas informações sobre as circunstâncias dos indivíduos, assim como a mensuração e comparação dos resultados relacionados à desigualdade de oportunidades não paramétrica brasileira.

**Passo 1:** Os testes para as especificações das equações de rendimento estão sintetizados na Tabela 1. Como já destacado, a lógica é confrontar as estimativas paramétrica e não paramétrica para as equações de rendimento. Tal procedimento evita a decisão relativa à adoção *ad hoc* de uma estrutura de estimação. Em suma, o teste desenvolvido por Racine (2006) atesta a superioridade dos modelos não paramétricos em todos os anos investigados.

**Tabela 1:** Teste para especificações paramétricas

H <sub>0</sub> : Perfeita especificação paramétrica							
Anos	1995	1996	1997	1998	1999	2001	2002
Estatística	34,45*	33,21*	47,62*	64,03*	66,43*	52,54*	66,76*

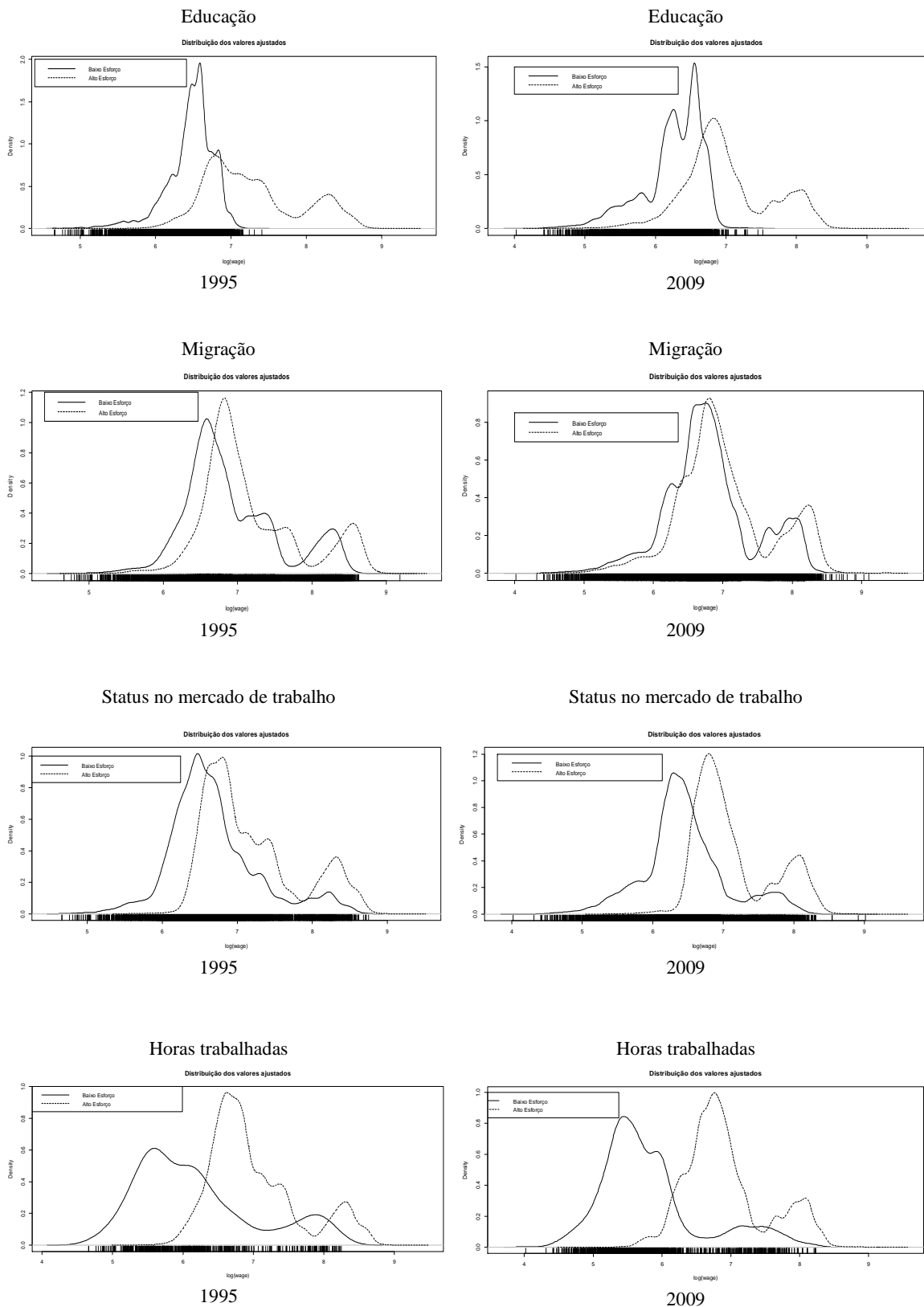
  

H <sub>0</sub> : Perfeita especificação paramétrica							
Anos	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Estatística	16,01**	32,43*	45,09*	45,06*	65,92*	15,43**	54,10*

**Nota:** \*, \*\*, denotam, respectivamente, a rejeição da hipótese nula a 1% e 5% de significância.

**Passo 2:** Atestada a superioridade dos modelos não paramétricos, o estudo passa para as inferências baseadas no *Constant Kernel Estimator*.<sup>11</sup> Após a obtenção dos valores ajustados para cada equação, são identificados os grupos de baixo e alto esforços, seguindo as categorias elencadas na seção 2. A Figura 1 apresenta as estimativas das densidades kernel para os valores ajustados condicionados aos grupos de esforço, nos anos de 1995 e 2009.

<sup>11</sup> Os resultados das estimativas foram suprimidos por restrição de espaço e podem ser solicitados, via email, ao autor correspondente.



**Figura 1:** Densidades não paramétricas para os valores ajustados, por fatores de esforço, 1995 e 2009.

A análise visual indica que houve uma aproximação entre as curvas para a educação como critério de desigualdade, além de uma menor dispersão na distribuição

dos indivíduos com “alto esforço”. Com respeito à migração, percebe-se que a diferença entre os grupos, tanto em 1995 quanto em 2009, é pouco expressiva, variando fracamente entre um ano e outro.

Considerando o status no mercado de trabalho, verifica-se um aumento na distância entre as densidades, com uma leve redução na dispersão da curva correspondente ao grupo “baixo esforço”. De forma análoga, a diferença entre as distribuições atribuída ao fator horas trabalhadas aumentou no período, sem grandes alterações nos formatos das curvas.

Contudo, faz-se necessária uma quantificação formal das distâncias entre as curvas sintetizadas na Figura 1, além de mostrar a sua evolução durante o período de tempo analisado. A Tabela 2 contém as distâncias entre os valores ajustados dos grupos “alto-esforço” e “baixo-esforço”, segundo cada dimensão de esforço, e sua evolução ao longo do tempo. Qualquer medida de entropia é útil como indicador de divergência entre distribuições, sendo, portanto, uma medida de desigualdade ou concentração das mesmas.

**Tabela 2: Entropias**

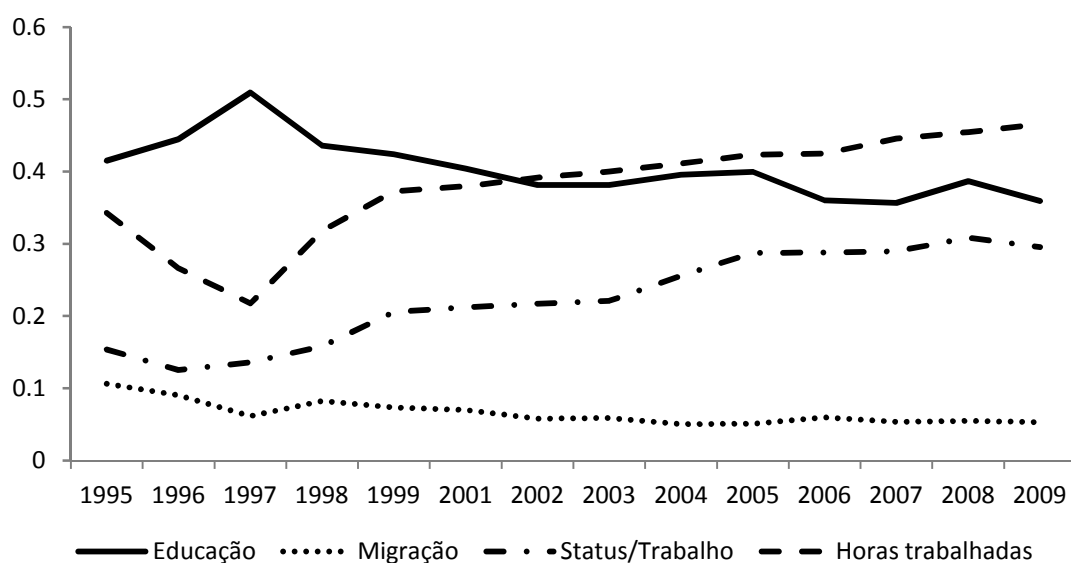
Anos	Fatores de esforço			
	Educação	Migração	Status/Trabalho	Horas trabalhadas
1995	0,4151*	0,1061*	0,1535*	0,3428*
1996	0,4447*	0,0905*	0,1253*	0,2664*
1997	0,5094*	0,0616*	0,1361*	0,2175*
1998	0,4358*	0,0825*	0,1580*	0,3179*
1999	0,4240*	0,0736*	0,2055*	0,3726*
2001	0,4039*	0,0701*	0,2122*	0,3795*
2002	0,3816*	0,0580*	0,2171*	0,3916*
2003	0,3814*	0,0588*	0,2210*	0,3999*
2004	0,3954*	0,0505*	0,2554*	0,4109*
2005	0,3994*	0,0510*	0,2874*	0,4234*
2006	0,3602*	0,0596*	0,2880*	0,4246*
2007	0,3567*	0,0534*	0,2898*	0,4456*
2008	0,3865*	0,0548*	0,3085*	0,4546*
2009	0,3594*	0,0530*	0,2955*	0,4654*

Nota: \* denota valores significativos a 1%.

Considerando a educação como fator de esforço, os valores das entropias diminuem durante o período como um todo. De 1995 a 2009 a distância entre os grupos, que chega a pouco mais de 0,50 em 1997 caiu para cerca de 0,36 em 2009, indicando que o esforço via nível educacional vem perdendo importância na determinação dos diferenciais de rendimento entre os indivíduos. Em outras palavras, os anos de estudo em 1995 (entropia=0,41) implicavam em um nível de renda maior do que em 2009 (entropia = 0,35) relativamente aos indivíduos que tinham um nível educacional inferior.

Com relação à migração, os valores das entropias se mostram inferiores em comparação com as demais variáveis de esforço, sugerindo o baixo poder de explicação dessa variável. Isto é, o fato de o indivíduo ser migrante não se traduz em uma melhora significativa do seu resultado econômico.

Por outro lado, as distâncias ( $S_p$ ) para as variáveis status no mercado de trabalho e horas semanais trabalhadas aumentaram durante o período. Os valores das entropias para as horas trabalhadas foram, em todos os anos, maiores que os valores para o status do trabalho, mostrando a maior importância da primeira variável frente à segunda na explicação da desigualdade de rendimento entre os grupos. Considerando a evolução das entropias ao longo do tempo, houve considerável variação nas distâncias para as duas em relação ao ano inicial. A Figura 2 contém a visualização gráfica desses resultados.



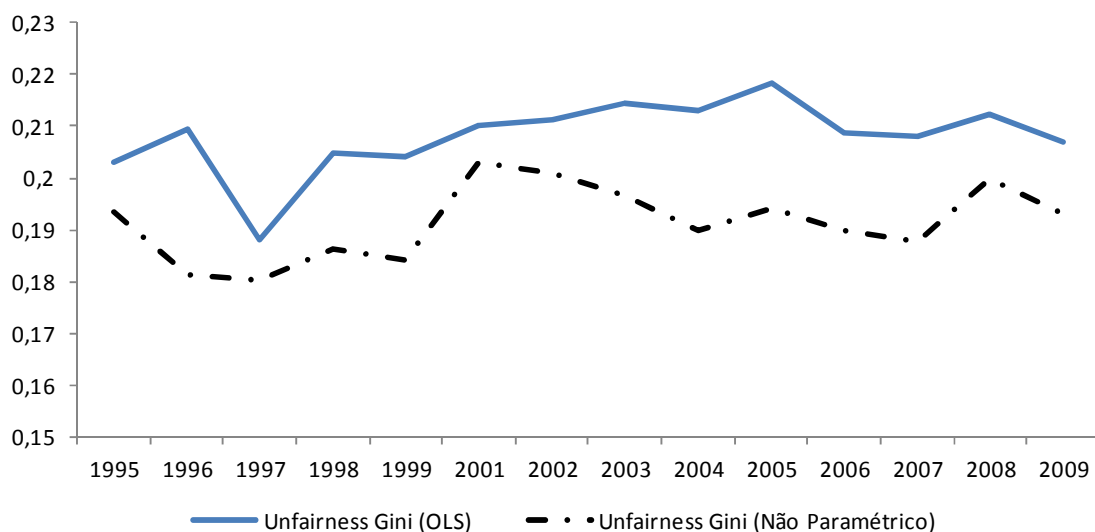
**Figura 2:** Evolução das entropias (1995-2009)

**Passo 3:** A questão central desta etapa é: qual o impacto da utilização de inferências não paramétricas sobre os indicadores de justiça? Figueiredo e Netto Jr (2013) promovem a estimação dos índices de desigualdade injustos no período de 1995 a 2009. Os autores utilizam, basicamente, modelos paramétricos, embora questões relacionadas à endogeneidade das equações e identificação dos parâmetros sejam abordadas. Não é objetivo deste estudo promover estimações mais robustas para as medidas de desigualdade injusta, uma vez que as inferências pontuais, sejam elas paramétricas ou não paramétrica, podem apresentar vieses.

Diante disso, será apresentada apenas a comparação dos índices de desigualdade injusta calculados a partir de uma especificação paramétrica com estes mesmos indicadores calculados a partir do método não paramétrico.<sup>12</sup>

<sup>12</sup> Detalhes relacionados à construção da norma de justiça e do índice de desigualdade injusto podem ser encontrados em Almás (2008) e Almás et al. (2012).





**Figura 3:** Índices de Desigualdade Injusta para o Brasil.

Destaca-se que, apesar do comportamento similar, o índice injusto calculado a partir da especificação (2) apresenta sempre um valor inferior ao calculado por OLS. Em resumo, há uma diferença média de 10% entre estas inferências. Em resumo, o ferramental paramétrico tende a superestimar o índice de desigualdade injusto.

**Passo 4:** Os resultados apresentados até aqui dependem de uma hipótese fundamental, qual seja: a independência entre as variáveis de responsabilidade e circunstância. Em outras palavras, postula-se que as horas de trabalho, educação, decisão de migrar e o status no mercado de trabalho não são afetadas pelas variáveis de circunstância, como background familiar, gênero, raça, entre outras.

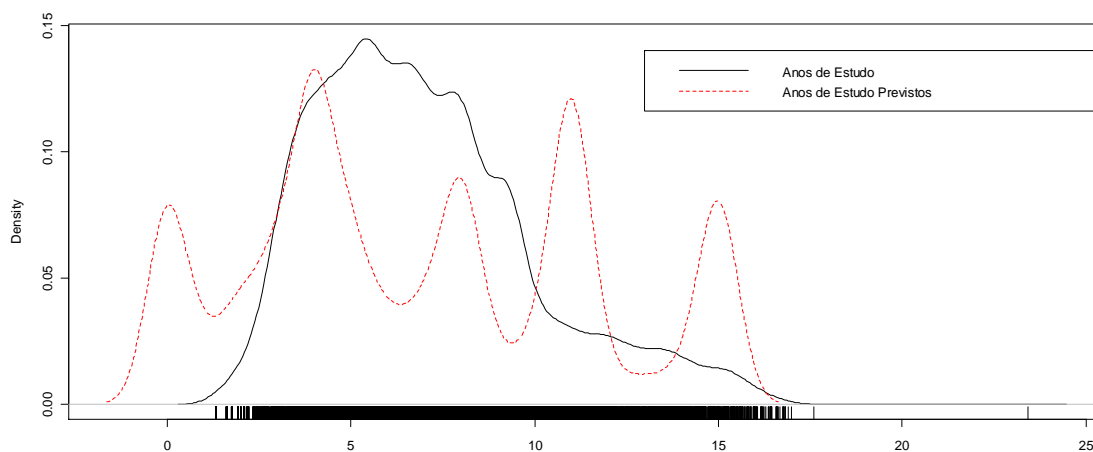
Tal suposição é frequentemente utilizada pela literatura de desigualdade de oportunidades (ver O'Neill et al., 2001 e Checchi e Peragine, 2009). Contudo, desenvolvimentos recentes de teorias de justiça alertam para a possibilidade da não independência entre os fatores de responsabilidade e não responsabilidade (Bets e Roemer, 2007). O estudo de Bourguignon et al. (2007) constitui uma importante referência empírica para essa hipótese. Utilizando os dados brasileiros, esses autores demonstram que as circunstâncias possuem efeitos diretos e indiretos sobre a desigualdade total. O efeito indireto reflete a influência das circunstâncias sobre o esforço. Em resumo, as circunstâncias são responsáveis por cerca de 23% da desigualdade total: 13% são efeitos diretos e 10% indiretos.

Diante disso, é possível que os resultados encontrados até então sofram influência da hipótese de independência entre os dois conjuntos de variáveis. Logo, é preciso realizar um teste de robustez baseado em um procedimento simples: isola-se o

efeito das circunstâncias sobre o esforço, em particular, sobre os anos de estudo e; testa-se se a omissão das variáveis de circunstância afeta as entropias.<sup>13</sup>

Os testes de robustez serão procedidos da seguinte forma: estima-se uma equação onde os anos de estudos são explicados por um conjunto de variáveis de não responsabilidade. Com isso, obtêm-se os anos de estudo livres do efeito das circunstâncias (anos de estudo menos anos de estudo previsto pelas variáveis); calculam-se as distâncias de entropias entre os grupos de baixo e alto esforço, considerando esta nova variável; por fim, verifica-se se a distância entre os dois grupos é significativa.

Os dados utilizados nas estimativas foram coletados no suplemento social da PNAD para o ano de 1996, onde são sumarizadas as informações relacionadas às circunstâncias dos indivíduos, tais como a educação, a escolaridade e a ocupação dos pais dos indivíduos selecionados (*background familiar*). Com isso, para esses anos são usadas as mesmas variáveis de esforço descritas anteriormente, além de um vetor de variáveis de circunstâncias, definido por: a) uma *dummy* para raça, que assume valor 1 para os não-brancos (i.e. negros, pardos e indígenas) e 0 para os brancos (brancos e asiáticos); b) uma *dummy* para as regiões, que assume valor 1 se o indivíduo reside nas regiões mais dinâmicas do país, Sul, Sudeste e Centro-Oeste e 0 caso contrário (Regiões Norte e Nordeste); c) educação do pai e da mãe, expressas em anos de estudo, e; d) a posição ocupacional do pai, dividida nas seis categorias propostas por Pastore e Silva (1999).<sup>14</sup>



**Figura 4:** Diferença entre os anos de estudo e os anos de estudo previstos: Brasil 1996.

<sup>13</sup> Este procedimento também foi empregado para as demais variáveis de esforço. Contudo, os resultados foram similares aos da variável anos de estudo e, por isso, suprimidos por uma questão de disponibilidade de espaço.

<sup>14</sup> Categorias: 1) Baixo Inferior: Lavrador, pescador, lenhador, etc; 2) Baixo Superior: braçal, servente, vigias, etc; 3) Médio Inferior: pedreiro, electricista, marceneiro, etc; 4) Médio Médio: praticistas, viajantes, chefes de nível baixo, etc; 5) Médio Superior: assessores, gerentes de alto nível, diretores, etc, e; 6) Alto: grandes proprietários, magistrados, nível superior, etc.

A Figura 4 apresenta a diferença entre os anos de estudo e os anos de estudo livres do efeito das circunstâncias (anos de estudo previsto). Convém ressaltar que o cálculo da entropia será efetuado com base na criação dos grupos de baixo e alto esforço na variável “anos de estudo previsto”. Considerou-se baixo esforço indivíduos com menos de 5 anos de estudo previsto (contemplando as duas primeiras modas da curva pontilhada) e alto esforço os demais. O resultado para a entropia de 0,4023 indica que não há uma redução expressiva no valor, quando comparada à entropia para o ano de 1996, sem a consideração das variáveis de circunstância (entropia=0,4447). Neste sentido, mesmo considerando a não independência entre os dois conjuntos de variáveis, esforço e circunstâncias, não há uma alteração expressiva na distância entre os dois grupos de esforço, o que atesta a plausibilidade dos resultados apresentados nos passos 1 a 3.

#### **4 Discussão dos Resultados**

Conforme já citado, as medidas de entropia representam uma medida de desigualdade de esforço entre os indivíduos. Ao isolar o efeito de cada variável, pretende-se verificar o poder que ela possui de explicar os diferenciais de rendimento entre os grupos, cuja quantificação é fornecida pelo valor da distância entre as distribuições.

Alguns dos resultados encontrados merecem destaque por suas implicações teóricas e práticas; a redução da desigualdade tendo a educação como fator de esforço é um deles. O papel da educação na distribuição de renda pode agir no sentido de ampliar ou reduzir os hiatos de rendimento entre os indivíduos, dependendo do seu grau de retorno e da composição educacional da população. Ferreira et al (2006), ao descreverem a estrutura da desigualdade de renda brasileira, sugerem que a redução na desigualdade total correspondente aos diferenciais de educação refletiu a expansão da escolaridade da força de trabalho. O aumento da oferta relativa de pessoas com ensino fundamental e médio levou possivelmente a um declínio no retorno médio da educação, diminuindo a diferença salarial entre estas pessoas e aquelas com baixa qualificação (Menezes-Filho, 2001).

Outro fator que pode explicar esse resultado consiste na expansão dos programas sociais de transferência e sua focalização nos mais pobres. Como boa parte dos indivíduos localizados nessa camada da população em geral possuem poucos anos de estudo, os rendimentos para o grupo de indivíduos menos esforçados se elevaram durante o período, de modo que a distância em relação aos mais esforçados (com maior escolaridade) diminuiu. Outra possível razão para a redução da distância entre as curvas pode estar relacionada à queda na qualidade da educação dos indivíduos. Embora as políticas educacionais tenham resultado em um aumento na média de anos de estudo da população, esse fato não garante, necessariamente, maior qualificação e, por conseguinte, ganhos salariais significativos.

A evolução do status no mercado de trabalho indica que houve aumento dos diferenciais de rendimento entre trabalhadores formais e informais. Em geral, acredita-se que os maiores salários oferecidos pelo setor formal decorrem de características

intrínsecas do setor. No entanto, estudos como Menezes Filho et al (2004), mostram fortes evidências da existência de viés de auto-seleção, indicando que os maiores salários de setores formalizados estão mais vinculados a atributos individuais não observáveis dos próprios trabalhadores.

O comportamento dos resultados obtidos também pode ser analisado a luz de algumas políticas governamentais. Entre elas destacam-se programas sociais de transferência, como o Programa Bolsa Família, e os mecanismos de valorização do Salário Mínimo, usados como instrumentos de redução das disparidades de rendimentos e da pobreza. No entanto, apesar de ter havido uma queda da desigualdade nos últimos anos no Brasil, estudos na literatura pertinente questionam a real importância dos aumentos no salário mínimo pelo governo (Barros et al, 2006) e da contribuição que o Bolsa Família (Soares, 2006) teria dado a essa queda.

Com relação ao salário mínimo, desde a implantação do plano real, houve aumentos reais sucessivos em praticamente todos os anos. No entanto, tem se mostrado ineficaz para os objetivos de redistribuição, dado que a maior parte das pessoas que recebem um salário mínimo não é definida como pobre no padrão brasileiro (Saboia, 2006). A região Nordeste é um exemplo, onde parcela significativa dos trabalhadores recebe menos de um salário mínimo e, portanto, não são beneficiados pelo aumento deste (IPEA,). Segundo Giambiagi e Franco (2007), no mesmo período houve uma redução do rendimento médio real do trabalhador.

Para o período de 1995 a 2009 verificou-se em quase todos os anos um aumento salarial acima do aumento da produtividade (incremento no PIB per capita). No ano de 1997 o reajuste do salário mínimo foi de 7% com um crescimento de produtividade em torno de 3%. Nesse ano, foi observado o menor valor da entropia para as horas trabalhadas como fator de esforço. Isso corrobora a intuição anterior ao afirmar que, dessa forma, são poucos os incentivos para a busca de qualificação e melhor situação no mercado de trabalho.

Dito isso, a política de salário mínimo afeta significativamente o mercado de trabalho. O efeito do mínimo, entretanto, é maior entre os trabalhadores do setor informal que entre os do setor formal da economia (Menezes Filho e Rodrigues, 2009). Em suma, os reajustes do salário mínimo podem contribuir para a redução da pobreza, no entanto, efeitos negativos sobre o mercado de trabalho podem ser observados, quando esses reajustes estão acima da produtividade dos assalariados. Maloney (2000) afirma que o salário mínimo também é um importante determinante do emprego e dos salários no setor informal da maioria das economias latino-americanas.

## **5 Considerações Finais**

Este artigo analisou a evolução da desigualdade de oportunidades brasileira para o período de 1995 a 2009, condicionadas a um conjunto de variáveis de esforço, utilizando os dados das PNADs para o período. Para isso, foi aplicada uma abordagem não paramétrica contida em Li e Racine (2004), tanto para a estimação da funcional de

rendimentos quanto para determinação da distribuição dos mesmos entre os indivíduos. Foram criados dois grupos, segregados em “baixo esforço” e “alto esforço”, cuja desigualdade entre os dois foi mensurada através das medidas de entropia para a distância entre seus níveis de rendimento.

Os resultados mostram a redução do poder de explicação dos anos de estudo no diferencial de renda entre os grupos e uma participação pouco significativa da migração. O teste de robustez para o ano de 1996, realizado com informações do suplemento social da PNAD para aquele ano, mostrou que a omissão das variáveis de circunstância para os outros anos, tais como o *background familiar*, não alterou expressivamente os resultados, corroborando a plausibilidade da estratégia utilizada. Alguns avanços naturais para o melhoramento do presente estudo seriam: a exploração dos reais motivos da perda de poder explicativo da variável educação na desigualdade de renda; a investigação das políticas ótimas para a redução das desigualdades de oportunidades e estímulo aos diferenciais via esforço; e também o aprofundamento de discussões referentes a normas de justiça aplicadas ao caso brasileiro.

## 6 Referências

- Almås, I. (2008). Equalizing Income versus Equalizing Opportunity: A Comparison of the United States and Germany. *Research on Economic Inequality*, 16,129-156.
- Almås, I., Cappelen, A., Lind, J., Sørensen, E. e Tungodden, B. (2011). Measuring unfair (in)equality. *Journal of Public Economics*, 95, 488-499.
- Arneson, R. (1989). Equality and Equal Opportunity for Welfare. *Philosophical Studies*, 56, 77-93.
- Azevedo, J. (2007). Avaliando a significância estatística da queda na desigualdade no Brasil. In: Barros, R.; Foguel, M.; Ullysea, G. (Orgs). *Desigualdade de renda no Brasil: uma análise da queda recente*. Brasília: IPEA.
- Barros, R. P. de; Carvalho, M.; Franco, S. (2006). A efetividade do salário mínimo como um instrumento para reduzir a pobreza no Brasil. *Boletim de Conjuntura*. Ipea, n. 74, Nota Técnica.
- Betts, J. e Roemer, J. (2005). Equalizing opportunity for racial and socioeconomic groups in the United States through educational finance reform, Department of Economics UCSD, paper 2005'14.
- Bourguignon, F., Ferreira, F. e Menéndez, M. (2007). Inequality of opportunity in Brazil. *Review of Income and Wealth*, 53, 585-618.
- Devooght, K. (2008). To each the same and to each his own: a proposal to measure responsibility-sensitive income inequality. *Economica* 75, 280-295.
- Dworkin, R. (1981). What is Equality? Part 2: Equality of Resources. *Philosophy and Public Affairs*, 10, 185—246.
- Ferreira, Francisco H G; Leite, Phillippe G; Litchfield, Julie A; Ulysea, Gabriel. (2006). Ascensão e queda da desigualdade de renda no Brasil. *Economica*, v.8, n.1, p.147-169.
- Figueiredo, E. (2011). A note on the measurement of unfair inequality in Brazil. *Economics Bulletin*, Vol. 31 No. 4 pp. 2944-2951.
- Figueiredo, E. e Netto Junior, J.L. da S. (2013). More Equal But Not So Fair: an Analysis of Brazilian Income Distribution from 1995 to 2009. a sair na *Empirical Economics*.
- Figueiredo, E. e Silva, C. R. F. (2012). Desigualdade de Oportunidades no Brasil: Uma Decomposição Quantílica Contrafactual. *Pesquisa e Planejamento Econômico*, v. 42, p. 29-48.
- Figueiredo, E., Silva, C. R. F. e Rego, H. (2012). Desigualdade de Oportunidades no Brasil: Efeitos Diretos e Indiretos. *Economia Aplicada*, v. 6, p. 1985-1002.

Figueiredo, E., Silva Junior, J. C. A. e Jacinto, P. (2011) A hipótese de Kuznets para os municípios brasileiros: testes para as formas funcionais e estimações não-paramétricas. *Economia*, v. 12, p. 149-165.

Figueiredo, E. e Ziegelmann, F. (2009). Mudança na distribuição de renda brasileira: significância estatística e bem estar econômico. *Revista de Economia Aplicada*, 13, 257-277.

Fleurbaey, M. e Maniquet, F. (2011). *Compensation and responsibility*. In: Arrow, K. Sen, A. e Suzumura, K. (eds). *Handbooks in Economics: Social choice and welfare*, v. II. Amsterdam: Elsevier.

Granger, C., Maasoumi, E. e Racine, J. (2004). A dependence metric for possibly nonlinear processes. *Journal of Time Series Analysis*, 25, 649-669.

Härdle, W. (1990). *Applied nonparametric regression*. Cambridge University Press.

Hayfield T, Racine JS (2008). Nonparametric Econometrics: The np Package. *Journal of Statistical Software*, 27(5).

Kranich, L. (1996). Equitable opportunities: an axiomatic approach. *Journal of Economic Theory*, 71, 132-147.

Li, Q. e Racine, J. (2007). *Nonparametric Econometrics: Theory and Practice*, Princeton University Press.

Li, Q., E. Maasoumi and J.S. Racine (2009), A Nonparametric Test for Equality of Distributions with Mixed Categorical and Continuous Data, *Journal of Econometrics*, Volume 148, Issue 2, pp. 186-200.

Maasoumi, E., Racine, J. e Stengos, T. (2007). Growth and convergence: A profile of distribution dynamics and mobility. *Journal of Econometrics*, 136(2), 483-508.

Maloney, W. F. (2000). *A note on minimum wages in Latin America*. The World Bank.

Menezes Filho (2001). *A Evolução da educação no Brasil e seu impacto no mercado de trabalho*. Instituto Futuro Brasil, São Paulo, março. Disponível em <<http://www.anj.org.br/pje/biblioteca/publicacoes/A%20Evolucao%20da%20educacao%20no%20Brasil%20e%20seu%20impacto%20no%20Mercado%20de%20trabalho.pdf>> Acesso em 04/02/2013

Menezes-Filho, N., Fernandes, R. e Picchetti, P. (2006). Rising Human Capital but Constant Inequality: The Education Composition Effect in Brazil. *RBE Rio de Janeiro* v. 60 n. 4 / p. 407-424.

Menezes-Filho, Naercio e Rodrigues, Eduardo Augusto de Souza. (2009). Salário mínimo e desigualdade no Brasil entre 1981-1999: uma abordagem semiparamétrica. *Rev. Bras*, vol.63, n.3, pp. 277-298. ISSN 0034-7140.

O'Neill, B., Sweetman, D. e Van de gaer, D. (2001). Equality of opportunity and kernel density estimation: an application to intergenerational mobility. In: Fomby, T. & Hill, C. (eds.). Applying kernel and nonparametric estimation to economic topics. Advances in Econometrics, vol. 14, Stanford, Conn: JAI Press.

Ooghe, E., Schokkaert, E. e Van de gaer, D. (2007). Equality of opportunity versus equality of opportunity sets. *Social Choice and Welfare*, 28, 209-230.

Pastore, J. e Silva, N. (1999). *Mobilidade social no Brasil*. São Paulo: Makron Books.

Pistolesi, N. (2009), 'Inequality of opportunity in the land of opportunities', *Journal of Economic Inequality* 7,411-433

Pattanaik, P. & Xu, Y. (1990). On ranking opportunity sets in terms of freedom of choice. *Recherches Economiques de Louvain*, 56, 383-390.

Racine JS (2012). Entropy-Based Inference Using R and the np Package: A Primer. R package vignette, version 0.40-13, URL <http://CRAN.R-project.org/package=np>

Racine JS, Li Q (2004). Nonparametric Estimation of Regression Functions with both Categorical and Continuous Data. *Journal of Econometrics*, 119(1), 99–130.

Racine, J. (2006). Consistent specification testing of heteroskedastic parametric regression quantile models with mixed data. Working paper.

Racine, J.S. (2008) Nonparametric Econometrics: A Primer, *Foundations and Trends in Econometrics*, Volume 3, Number 1, pp 1-88.

Rawls, J. (1971). *A Theory of Justice*. Cambridge: Harvard University Press.

Roemer, J. (1998). *Equality of Opportunity*. New York: Harvard University Press.

Saboia, J. (2006). Salário mínimo e combate à pobreza. *Jornal Valor*.

Soares, S. (2006). *Distribuição de renda no Brasil de 1976 a 2004 com ênfase no período entre 2001 e 2004*. Rio de Janeiro: Ipea. (Texto para discussão, n. 1.166).