

# Previsão macroeconômica em tempo real para o Brasil: uma aplicação do modelo VAR com coeficientes variando no tempo e volatilidade estocástica

Bruna Kasprzak Borges\*  
Marcelo Savino Portugal†

## Resumo

Este artigo tem como foco empírico a previsão em tempo real para a taxa de inflação, Produto Interno Bruto (PIB) e taxa de juros no Brasil utilizando o modelo VAR com coeficientes variando no tempo e volatilidade estocástica. Os resultados indicam uma performance geral satisfatória do modelo comparativamente a modelos com parâmetros constantes e modelos com versões restritas de variação dos parâmetros. Particularmente, os resultados indicam que incorporar a volatilidade estocástica melhora a previsão do modelo, tornando as diferenças menos expressivas em relação ao modelo TVP-VAR(SV). Os resultados indicam que incorporar a mudança estrutural e, especialmente, a possibilidade de choques exógenos ao modelo, melhora os resultados para a previsão em tempo real para a economia brasileira no período recente.

**Palavras-chaves:** Previsão macroeconômica. Vetor autoregressivo. Coeficientes variando no tempo. Volatilidade estocástica. Métodos bayesianos.

## Abstract

The aim of this paper is an empirical real-time forecasting exercise to Brazil using TVP-VAR with stochastic volatility and others competing models to predict the inflation rate, Gross Domestic Product (GDP) and interest rate. The results indicate a satisfactory overall performance of the TVP-VAR with stochastic volatility compared to models with constant parameters and models with restricted versions of parameter variation. Especially, the results show that a constant coefficients VAR allowing for stochastic volatility improves the forecasting, but receives similar results to the general model with time-varying parameters. The results indicate that including the structural change and, especially, the possibility of exogenous shocks to the model, improves the results for a real-time forecasting exercise using Brazilian data in the recent period.

**Keywords:** Macroeconomic forecasting. Time varying vector autoregression. Stochastic volatility. Bayesian methods.

**Classificação JEL:** E37, E57, C32.

---

\*SPGG-RS

†Departamento de Economia, PPGE, Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

# 1 Introdução

Na análise macroeconômica, os modelos de vetores autoregressivos (VAR) tornaram-se bastante populares após o trabalho de Sims (1980). A facilidade de implementação e, particularmente, a utilidade para previsão conquistaram ampla utilização empírica. Nos últimos anos, o reconhecimento da importância do caráter dinâmico na modelagem econométrica tem despertado o interesse em entender o modelo VAR com coeficientes constantes para o VAR com coeficientes variando no tempo - TVP-VAR (ver, por exemplo, Cogley & Sargent, 2001). Os resultados aplicados vêm demonstrando a importância de definir estruturas de modelagem e de previsão que incorporem a variação do tempo. Além disso, a partir dos trabalhos seminais de Cogley & Sargent (2001) e Primiceri (2005), a inclusão da volatilidade estocástica aos modelos com parâmetros variando no tempo têm demonstrado relevante sucesso empírico, tornando-se um benchmark no estudo macroeconômico. A popularidade desse modelo tem crescido com as indicações de que apresenta melhor performance de previsão comparativamente aos modelos com coeficientes constantes (D'Agostino *et al.*, 2013; Clark & Ravazzolo, 2015; Chan, 2016).

A importância de permitir que os coeficientes do modelo variem no tempo adquiriu especial importância após o período chamado de Grande Moderação, relativa estabilidade macroeconômica na maioria dos países desenvolvidos entre o começo dos anos 1980 e meados dos anos 2000. Para Cogley & Sargent (2001), por exemplo, o regime de política monetária é visto como um fator importante de explicação desse período e estaria relacionado a mudanças dos coeficientes do modelo VAR. Uma outra hipótese, como destacada em Sims & Zha (2006), enfatiza que a volatilidade dos choques exógenos mudou ao longo do tempo e isso seria preponderante na explicação da Grande Moderação. Recentemente, em um exercício de comparação entre modelos usando variáveis macroeconômicas *standard*, Chan (2016) encontram evidências de que os maiores ganhos do modelo são provenientes da inclusão da volatilidade estocástica ao invés da variação dos coeficientes do VAR. Isso sugere que a variação no tempo da variância dos choques exógenos é empiricamente mais importante do que mudanças no regime de política monetária. Nessa linha, a abordagem desenvolvida por Carriero *et al.* (2016) envolve VARs de grande dimensão com coeficientes constantes e várias especificações para a volatilidade estocástica.

Um outro aspecto interessante dos dados econômicos é que são revisados frequentemente. Po-

rém, os agentes utilizam dados em *real-time* na tomada de decisão. Utilizamos o termo *vintage* para designar o conjunto de dados para uma variável divulgados em cada ponto do tempo, isto é, refere-se a última série disponível em uma data específica. O conjunto de *vintages* é chamado de base de dados em *real-time* e é construído para refletir, em cada data, exatamente os dados macroeconômicos disponíveis naquele momento (Croushore & Stark, 2000, Croushore & Stark, 2001). Assim, as revisões podem impactar sobre a estimação e a previsão de variáveis macroeconômicas.<sup>1</sup> Levando em consideração o caráter *real-time* da tomada de decisões dos agentes, D’Agostino *et al.* (2013) aplicam o modelo TVP-VAR com volatilidade estocástica de Primiceri (2005) para a previsão.

No caso do Brasil, possíveis alterações na condução e na estrutura da política econômica e a exposição a choques externos e internos podem ter gerado mudanças recentes na economia comparativamente ao início dos anos 2000 e que podem se refletir em variações nos coeficientes do modelo e na volatilidade macroeconômica. Apesar da implantação do regime de Metas de Inflação no Brasil ter permitido alcançar estabilidade macroeconômica e maior previsibilidade aos agentes econômicos, flutuações do ciclo de negócios são inerentes à trajetória da economia. Nesse sentido, utiliza-se uma base de dados em tempo real para o Brasil para a estimação e previsão do modelo com coeficientes variando no tempo e volatilidade estocástica, bem como, outras especificações restringindo a variação dos parâmetros. Uma análise que considere a variação no tempo das variáveis macroeconômicas pode colaborar para atualizações de regras de política econômica mais precisas e para melhorar a performance de previsão do modelo. Adicionalmente, dados em tempo real têm especial relevância para a condução da política monetária, especialmente no regime de metas de inflação.

No trabalho de Primiceri (2005), o autor utiliza o modelo TVP-VAR com volatilidade estocástica com o intuito de estudar as mudanças na política monetária dos Estados Unidos no pós-guerra. O modelo envolve três variáveis (taxa de desemprego, inflação e taxa de juros) e os principais resultados indicam que respostas sistemáticas da taxa de juros para a inflação e para o desemprego apresentam uma tendência em direção a um comportamento mais agressivo no período recente. Após o trabalho de Primiceri (2005), outros autores analisaram a estrutura com variação no tempo na área macroeconômica. D’Agostino *et al.* (2013) estudam a precisão de previsões macroeconômicas considerando

---

<sup>1</sup>Ver, por exemplo, Orphanides (2001), Croushore & Stark (2001), Stark & Croushore (2002), Kishor & Koenig (2012), Croushore (2006), Clements & Galvão (2013b), Clements & Galvão (2013a), Carriero *et al.* (2014), entre outros.

explicitamente a mudança estrutural através do modelo TVP-VAR com volatilidade estocástica proposto por Primiceri (2005) e, explicitamente, utilizam dados em tempo real na estimação dos modelos. Na linha de Primiceri (2005), são utilizadas três variáveis com dados *real-time* para a economia norte americana: taxa de desemprego, inflação e taxa de juros de curto prazo. Os resultados encontrados sugerem que o modelo TVP-VAR com volatilidade estocástica fornece previsões mais precisas para as variáveis quando comparadas a outros modelos benchmark. O modelo TVP-VAR foi também utilizado no trabalho de Carriero *et al.* (2015) para a previsão de variáveis fiscais. Os resultados indicam que especificações VAR bayesianas (BVAR) e a adição de coeficientes variando no tempo e variação na volatilidade melhoram os resultados.

Na revisão bibliográfica realizada neste trabalho para o caso brasileiro, foram encontrados trabalhos sobre previsões macroeconômicas sob diferentes enfoques. Para a previsão do PIB, Ferreira *et al.* (2005) corrobora a evidência em favor de parâmetros variando no tempo ao usar modelos não lineares de índice de difusão, modelos com efeito threshold e com mudança markoviana de regime para prever o PIB, bem como, Céspedes *et al.* (2006) destacam a importância do modelo TVP-VAR, pois permite considerar as quebras estruturais e os choques na economia brasileira. Para a previsão de inflação, Arruda *et al.* (2011) utilizam a curva de Phillips, Carlo & Marçal (2016) modelos estatísticos e Ferreira & Palma (2015) utilizam o método de combinação dinâmica de modelos (DMA). Mais recentemente, Caldeira *et al.* (2015) comparam diferentes especificações com o modelo TVP-VAR com efeitos heterocedásticos proposto por Koop & Korobilis (2013) na previsão da inflação (IPCA), da taxa de juros (SELIC) e do indicador mensal do PIB (IBC-Br) utilizando modelos com até 20 variáveis para diversos horizontes de previsão. Os resultados dos autores indicam que a especificação TVP-VAR é a única que está sempre no conjunto de melhores modelos. Contudo, nesses trabalhos não foram encontradas referências que analisem possíveis quebras estruturais e choques de volatilidade na economia brasileira utilizando dados macroeconômicos em tempo real.

Nesse cenário, o objetivo deste trabalho é analisar se a inclusão da volatilidade estocástica melhora a performance de previsão em *real-time* de variáveis-chave para a economia brasileira no Regime de Metas de Inflação: Produto Interno Bruto (PIB), taxa de inflação e taxa de juros. Essas três variáveis são comumente utilizadas em previsão (Bańbura *et al.*, 2010; Koop, 2013; Chan, 2016). Os dados para esse conjunto de variáveis macroeconômicas trimestrais brasileiras começam

em 1994/III, sendo o primeiro vintage referente a 2001/I e o último a 2016/IV. A previsão realizada neste trabalho busca refletir as condições com que o agente econômico se depara no momento da tomada de decisão e, para isso, são utilizados os dados do PIB brasileiro em *real-time*, considerando que a taxa de inflação e a taxa de juros não são revisadas. No caso do PIB, os dados vintage refletem exatamente o dado disponível em cada ponto do tempo. A incerteza associada com dados em tempo real pode ter implicações importantes na definição de políticas apropriadas ao estado real da economia, sendo de particular importância para economias emergentes (Grigoli *et al.*, 2015). Com isso, procura-se avançar na aplicação do modelo TVP-VAR com volatilidade estocástica para o contexto da economia brasileira seguindo a linha de aplicação de D'Agostino *et al.* (2013). Isso nos permite levar em consideração que o processo gerador dos dados para as variáveis em análise possa ter sofrido mudanças ao longo do tempo, pois tanto o coeficiente autoregressivo quanto a variância dos erros podem variar no tempo. As previsões são realizadas para 1 e 4 trimestres a frente e a performance de previsão do TVP-VAR é comparada a outros modelos: *random-walk*, autoregressivo recursivo (REC-AR), vetor autoregressivo recursivo (REC-VAR), VAR com coeficientes que variam no tempo (TVP-VAR), VAR com coeficientes constantes que inclui volatilidade estocástica (VAR-SV).

Os resultados indicam que a previsão em tempo real fora da amostra para a inflação, PIB e taxa de juros no Brasil utilizando o modelo VAR com coeficientes variando no tempo e volatilidade estocástica apresenta uma performance geral satisfatória do comparativamente aos outros modelos. Destaca-se os melhores resultados, especialmente, frente aos modelos com coeficientes constantes, quais sejam, RW, REC-AR e REC-VAR. No caso dos modelos TVP-VAR e VAR-SV, os ganhos aparecem menos perceptíveis e os resultados indicam performances satisfatórias também para esses modelos. No caso da inflação e da taxa de juros, os resultados apontam que o VAR com coeficientes constantes e volatilidade estocástica apresenta resultados acurados. Especialmente para a taxa de juros, o VAR-SV apresenta melhor desempenho em todos os horizontes de previsão comparativamente ao TVP-VAR(SV). De forma geral, os resultados indicam que quando é permitido variar os coeficientes (TVP-VAR) e a variância (VAR-SV) do modelo, melhora a previsão do modelo, mas torna-se mais difícil encontrar diferenças expressivas em relação ao modelo TVP-VAR(SV), em linha com os resultados de Chan (2016). Particularmente, a inclusão da volatilidade estocástica

melhora a previsão do modelo, tornando as diferenças menos expressivas em relação ao modelo TVP-VAR(SV). Os resultados indicam que incorporar a variação no tempo, mudança estrutural e choques exógenos, à especificação do modelo melhora os resultados para a previsão na economia brasileira no período recente.

O artigo está organizado como segue: na seção 2 é apresentada a metodologia, na seção 3 são descritos os dados utilizados bem como a descrição do exercício de previsão, na seção 4 são apresentados os resultados da aplicação empírica e do exercício de previsão e, por fim, a última seção apresenta as considerações finais.

## 2 TVP-VAR com volatilidade estocástica

Nesta seção, descreve-se o modelo VAR com coeficientes variando no tempo e volatilidade estocástica - TVP-VAR(SV) - bem como algumas versões que restringem a variação dos coeficientes e que serão utilizados na aplicação empírica realizada neste trabalho. No modelo TVP-VAR(SV) assim como desenvolvido por Primiceri (2005), a possibilidade dos coeficientes variarem no tempo busca capturar possíveis não-linearidades ou variação no tempo na estrutura de lag do modelo. Por sua vez, a volatilidade estocástica multivariada busca capturar possíveis heterocedasticidades dos choques e não-linearidades nas relações simultâneas entre as variáveis do modelo (Primiceri, 2005). A aplicação empírica segue o trabalho de D'Agostino *et al.* (2013), o qual tem como base o modelo de Primiceri (2005).

A estimação do modelo com coeficientes variando no tempo e volatilidade estocástica é realizada com métodos bayesianos com a utilização do algoritmo *Markov chain Monte Carlo* (MCMC) para gerar as amostras da distribuição a posteriori dos modelos. É utilizado *Gibbs Sampling* para a avaliação numérica da distribuição a posteriori dos parâmetros de interesse.

Seja  $y_t$  o vetor de variáveis, assumimos que

$$y_t = c_t + B_{1,t}y_{t-1} + \dots + B_{p,t}y_{t-p} + u_t, \quad (1)$$

onde  $c_t$  é o vetor de interceptos que variam no tempo,  $B_{i,t}$  são matrizes de coeficientes que variam no tempo para  $i = 1, \dots, p$  e  $u_t$  são os choques não observáveis heterocedásticos sendo  $u_t \sim N(0, \Omega_t)$ .

Definimos  $\Sigma_t \Sigma_t = A_t \Omega_t A_t'$ , onde  $A_t$  é triangular inferior, com a diagonal principal de uns e  $\Sigma_t$  é a matriz diagonal do vetor de elementos  $\sigma_t = \text{diag}(\Sigma_t)$ .

Segue que

$$y_t = c_t + B_{1,t}y_{t-1} + \dots + B_{p,t}y_{t-p} + A_t^{-1}\Sigma_t\varepsilon_t, \quad (2)$$

$$V(\varepsilon_t) = I_n.$$

Seja  $B_t = [c_t, B_{1,t}, \dots, B_{p,t}, ]$  e  $\theta_t = \text{vec}(B_t')$  podemos reescrever a equação como:

$$y_t = X_t' B_t + A_t^{-1} \Sigma_t \varepsilon_t \quad (3)$$

$$X_t' = I_n \otimes [1, y_{t-1}', \dots, y_{t-p}'], \quad (4)$$

onde  $\otimes$  denota o produto de Kronecker.

Como destaca Primiceri (2005), permitir que a matriz  $A_t$  varie no tempo é crucial para a estrutura do VAR que varia no tempo, implicando que uma inovação na  $i$ -ésima variável tem um efeito que varia no tempo sobre a  $j$ -ésima variável, especialmente quando o objetivo reside na modelagem simultânea da interação entre as variáveis. Além disso, em macroeconomia aplicada, permitir que  $\Sigma_t$  varie no tempo é importante e bastante útil. A modelagem ocorre na equação (3) ao invés de (1).

Seja  $\alpha_{i,t}$ ,  $i = 1, \dots, n - 1$  o vetor coluna formado pelos elementos que não são zero e não são um da  $(i + 1)$ -ésima linha de  $A_t$  e  $\sigma_t$  o vetor de elementos da diagonal de  $\Sigma_t$ . A dinâmica dos parâmetros do modelo é descrita por:

$$B_t = B_{t-1} + v_t \quad (5)$$

$$\alpha_t = \alpha_{t-1} + \zeta_t \quad (6)$$

$$\log \sigma_t = \log \sigma_{t-1} + \eta_t, \quad (7)$$

Então, o modelo completo é dado pelas equações (3), (5), (6) e (7).

As suposições sobre a distribuição de  $(\varepsilon_t, v_t, \zeta_t, \eta_t)$  são dadas por:

$$V = Var \left( \begin{bmatrix} \varepsilon_t \\ v_t \\ \zeta_t \\ \eta_t \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} I_n & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S & 0 \\ 0 & 0 & 0 & W \end{bmatrix}, \quad (8)$$

onde  $I_n$  é uma matriz identidade  $n$ -dimensional,  $Q$ ,  $S$  e  $W$  são matrizes positivas definidas. A matriz  $S$  é assumida digonal em bloco, com os blocos correspondendo aos parâmetros pertencentes as equações separadas, significando que os coeficientes das relações contemporâneas entre as variáveis são assumidas como evoluindo independentemente em cada equação.

## 2.1 Estimação bayesiana

Esta seção apresenta os aspectos principais da estimação do modelo VAR estrutural apresentando na seção (2). Métodos bayesianos são utilizados para avaliar a distribuição a posteriori dos parâmetros  $(B^T, A^T, \Sigma^T)$  e os hiperparâmetros da matriz de variâncias e covariâncias  $V$ . Métodos bayesianos são interessantes em modelos com alto número de parâmetros e não-linearidades, dividindo o problema de estimação original em versões menores e mais simples (Primiceri, 2005). Os parâmetros são avaliados através de MCMC, particularmente o amostrador de Gibbs. O algoritmo de estimação como em Primiceri (2005) sofreu uma correção em Del Negro & Primiceri (2015). A principal diferença está na ordem dos passos do algoritmo MCMC.<sup>2</sup>

O modelo é estimado com o algoritmo MCMC para gerar a distribuição a posteriori conjunta de  $(B^T, A^T, \Sigma^T, V)$ . Particularmente, o Gibbs sampling é realizado em quatro passos, amostrando os coeficientes que variam no tempo ( $B^T$ ), relações simultâneas ( $A^T$ ), volatilidades ( $\Sigma^T$ ) e hiperparâmetros ( $V$ ), condicional aos dados e aos outros parâmetros. A distribuição a posteriori condicional de  $B^T$  é obtida utilizando o algoritmo de Carter & Kohn (1994), bem como, a distribuição de  $A^T$ . Amostragem  $\Sigma^T$  está baseado no método de Kim *et al.* (1998). A distribuição a posteriori de  $V$  é padrão e segue o produto da distribuição Wishart inversa independente.

---

<sup>2</sup>A aplicação empírica deste trabalho utiliza o algoritmo (chamado de "algoritmo 2") com a correção presente em Del Negro & Primiceri (2015).



Seguindo Primiceri (2005), os parâmetros e hiperparâmetros são calibrados utilizando um modelo estimado com Mínimos Quadrados Ordinários baseado em uma subamostra inicial dos dados (*training sample*).

De forma resumida, as priors são definidas como<sup>3</sup>:

$$B_0 \sim \mathcal{N} \left( \hat{B}_{MQO}, 4 \cdot V(\hat{B}_{MQO}) \right), \quad (9)$$

$$A_0 \sim \mathcal{N} \left( \hat{A}_{MQO}, 4 \cdot V(\hat{A}_{MQO}) \right), \quad (10)$$

$$\log \sigma_0 \sim \mathcal{N} (\log \hat{\sigma}_{MQO}, I_n), \quad (11)$$

$$Q \sim \mathcal{IW} \left( \hat{k}_Q^2 \cdot 40 \cdot V(\hat{B}_{MQO}), 40 \right), \quad (12)$$

$$W \sim \mathcal{IW} \left( \hat{k}_W^2 \cdot 4 \cdot I_n, 4 \right), \quad (13)$$

$$S_1 \sim \mathcal{IW} \left( \hat{k}_S^2 \cdot 2 \cdot V(\hat{A}_{1,MQO}), 2 \right), \quad (14)$$

$$S_2 \sim \mathcal{IW} \left( \hat{k}_S^2 \cdot 3 \cdot V(\hat{A}_{2,MQO}), 3 \right), \quad (15)$$

onde  $\mathcal{N}$  denota a distribuição Normal,  $\mathcal{IW}$  denota a distribuição Wishart invertida.<sup>4</sup>  $\hat{A}_{MQO}$ ,  $V(\hat{A}_{MQO})$ ,  $\hat{B}_{MQO}$  e  $V(\hat{B}_{MQO})$  são obtidos através da amostra inicial estimada através de MQO. Além disso,  $S_1, S_2$  denotam os blocos de  $S$ . Seguindo Primiceri (2005), são utilizados os seguintes valores:  $k_Q = 0,01$ ,  $k_S = 0,1$  e  $k_W = 0,01$ .

Detalhes do algoritmo MCMC são apresentados no Apêndice.

## 2.2 Previsão

Utilizando a notação habitual em modelos espaço de estado,  $y^T = [y'_1 \dots y'_T]'$  empilha todos os  $y_t$  até o tempo  $T$ , o que, nesse caso, denota a amostra inteira de dados da variável dependente. Além disso,  $y^{T+1, T+h} = [y'_{T+1} \dots y'_{T+h}]'$  denota o vetor de variáveis utilizadas na previsão. As previsões são, então, obtidas usando a densidade preditiva posteriori

<sup>3</sup>As priors são definidas de acordo com o trabalho de Primiceri (2005)

<sup>4</sup>A distribuição das priors para os hiperparâmetros,  $Q$ ,  $W$  e os blocos de  $S$ , são assumidas como Wishart inversa independente. As priors para os coeficientes variando no tempo, relações simultâneas e logaritmo da volatilidade -  $p(B_0), p(\alpha_0), p(\log \sigma_0)$  - são assumidas normalmente distribuídas.

$$p\left(y^{T+1,T+h}|y^T\right). \quad (16)$$

Seja  $\Theta_t$  o vetor contendo os parâmetros de *drift* que tem o objetivo de capturar possíveis não linearidades ou variação de tempo na estrutura de lag do modelo e  $\Phi$  o vetor de parâmetros constantes e  $\Theta^{T+1,T+h} = [\Theta'_{T+1}\dots\Theta'_{T+h}]$  e  $\Theta^T = [\Theta'_1\dots\Theta'_T]$ . A densidade preditiva posteriori pode ser escrita como:

$$p\left(y^{T+1,T+h}|y^T\right) = \int \int p\left(y^{T+1,T+h}, \Theta^{T+h}, \Phi|y^T\right) d\Theta^{T+h} d\Phi, \quad (17)$$

onde

$$p\left(y^{T+1,T+h}, \Theta^{T+h}, \Phi|y^T\right) = p\left(y^{T+1,T+h}|y^T, \Theta^{T+h}, \Phi\right) p\left(\Theta^{T+1,T+h}|y^T, \Theta^T, \Phi\right) p\left(\Theta^T, \Phi|y^T\right). \quad (18)$$

As distribuições de previsão fora da amostra construídas com as expressões acima são obtidas utilizando o algoritmo MCMC de Primiceri (2005).

### 2.3 Outros modelos de previsão

As previsões obtidas com o modelo TVP-VAR(SV) são comparadas a outros modelos de previsão. Consideramos os seguintes modelos:

1. **Random walk**
2. **REC-AR**: modelo auto-regressivo (AR) com coeficientes fixos estimado separadamente para cada variável utilizando um esquema recursivo, isto é, utilizando todos os dados disponíveis no momento em que as previsões são realizadas. O modelo é estimado por máxima verossimilhança.
3. **REC-VAR**: modelo de vetores auto-regressivo (VAR) com coeficientes fixos estimado com um esquema recursivo, isto é, utilizando todos os dados disponíveis no momento em que as previsões são realizadas. O modelo é estimado por máxima verossimilhança.

4. **TVP-VAR**: modelo VAR com coeficientes que variam no tempo seguindo um *random walk*. Estimado com métodos bayesianos seguindo as especificações da seção (2.1) adaptadas para este modelo.
5. **VAR-SV**: modelo VAR com coeficientes constantes que inclui a estimação da volatilidade seguindo um *random walk*. Estimado com métodos bayesianos seguindo as especificações da seção (2.1) adaptadas para este modelo.

### 3 Aplicação empírica

Esta seção apresenta a aplicação empírica dos modelos descritos na seção 2 para o caso brasileiro. As 3 variáveis que foram utilizadas na aplicação estão diretamente relacionadas à condução do regime de Metas de Inflação e são comumente utilizadas em previsão: medida da atividade econômica (PIB), nível de preços (IPCA) e taxa de juros (SELIC).

#### 3.1 Exercício de previsão

O exercício de previsão realizado neste trabalho é baseado na densidade preditiva utilizando a mesma informação disponível para o agente econômico no momento em que a previsão é realizada. A previsão é realizada para 4 trimestres fora da janela de estimação. A previsão tem início com o vintage 2001/I que engloba os dados para o período 1994/III-2001/I. A previsão ocorre para 2001/II a 2002/I e os resultados são salvos. Então, seguimos para o próximo trimestre e usamos os dados referente ao vintage 2001/II, reestimamos o modelo e salvamos as previsões para 2001/III a 2002/II. Esse procedimento é, então, repetido para todos os vintages contidos nos dados.<sup>5</sup> As previsões são comparadas com os dados vintages observados *ex-post*. Seguindo D'Agostino *et al.* (2013), as previsões são comparadas com os dados divulgados 2 trimestres depois.

A avaliação da performance das previsões é realizada através de duas medidas: uma baseada na previsão pontual e outra envolvendo toda a densidade preditiva. O Erro Quadrático Médio de Previsão (MSFE) usa a previsão pontual e é a medida mais comum de comparação de previsão. Por

---

<sup>5</sup>Todos os vintages começam na mesma data, neste caso, 1994/II. Contudo, cada vintage tem um comprimento diferente, por exemplo, o primeiro vintage engloba o período 1994/III-2001/I, enquanto o último abrange 1994/III-2016/IV.

sua vez, *log-predictive score* avalia a performance de previsão da densidade preditiva inteira.

### 3.2 Dados

A aplicação empírica deste trabalho é realizada para 3 variáveis que estão diretamente relacionadas à condução do regime de Metas de Inflação no Brasil: Produto Interno Bruto (PIB), taxa de inflação (IPCA) e taxa de juros (SELIC). As estimações são realizadas com dados em tempo real. Para esse conjunto de variáveis, apenas o PIB sofre revisões ao longo do tempo e, por isso, torna-se necessário organizar um conjunto de dados do PIB do Brasil em tempo real. Seguindo Cusinato *et al.* (2013), utilizam-se as publicações do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), digitamos e organizamos um conjunto de dados de PIB em tempo real para o Brasil. Os dados são trimestrais e com ajuste sazonal, tendo início em 1994/III. O primeiro vintage do conjunto de dados é referente a 2001/III e o último a 2016/IV. Cabe ressaltar que todos os vintages têm início em 1994/III, porém, o tamanho de cada série varia. Por exemplo, o primeiro vintage abrange o período 1994/III a 2001/I, enquanto o último vintage disponível abrange 1994/III a 2016/IV. Quando os dados não têm início em 1994/III, a série é retropolada com a variação percentual da série, mantendo a mesma taxa de crescimento do vintage anterior. A partir desses dados, obtemos uma base de dados em tempo real para o PIB brasileiro composta por 64 séries de dados vintage trimestrais que mostra mais detalhadamente as revisões dos dados ao longo do tempo. As variáveis são tratadas como estacionárias.<sup>6</sup>

Seguindo Primiceri (2005), ordena-se o VAR com a taxa de juros por último, de forma que seja interpretada como política "não-sistemática" e que captura tanto erros de política, quanto movimentos da taxa de juros que são respostas a outras variáveis além da inflação e PIB (Chan, 2016).

Os modelos são estimados com 2 lags. As simulações são baseadas em 50.000 iterações do amostrador de Gibbs, descartando as primeiras 5.000 iterações. Os primeiros 20 trimestres da amostra de dados são utilizados para calibrar a distribuição a priori.

---

<sup>6</sup>Caso necessário, as variáveis são transformadas para estacionárias através da log diferenciação.

## 4 Resultados

Nesta seção são apresentados os resultados do exercício empírico de estimação e de previsão para o caso brasileiro.

A figura 1 mostra a evolução dos parâmetros ao longo do tempo estimados com o modelo TVP-VAR. Isso nos permite visualizar a possibilidade dos coeficientes variarem no tempo. A linha sólida representa a média a posteriori dos coeficientes e as linhas pontilhadas são o intervalo de confiança de 68%. De acordo com a 1, alguns parâmetros exibem flutuações mais expressivas ao longo do tempo.

Uma explicação plausível pode ser atribuída a mudanças mais recentes na transmissão da política monetária comparativamente ao início do regime de Metas de Inflação, o que pode se manifestar em mudanças nos coeficientes do VAR.

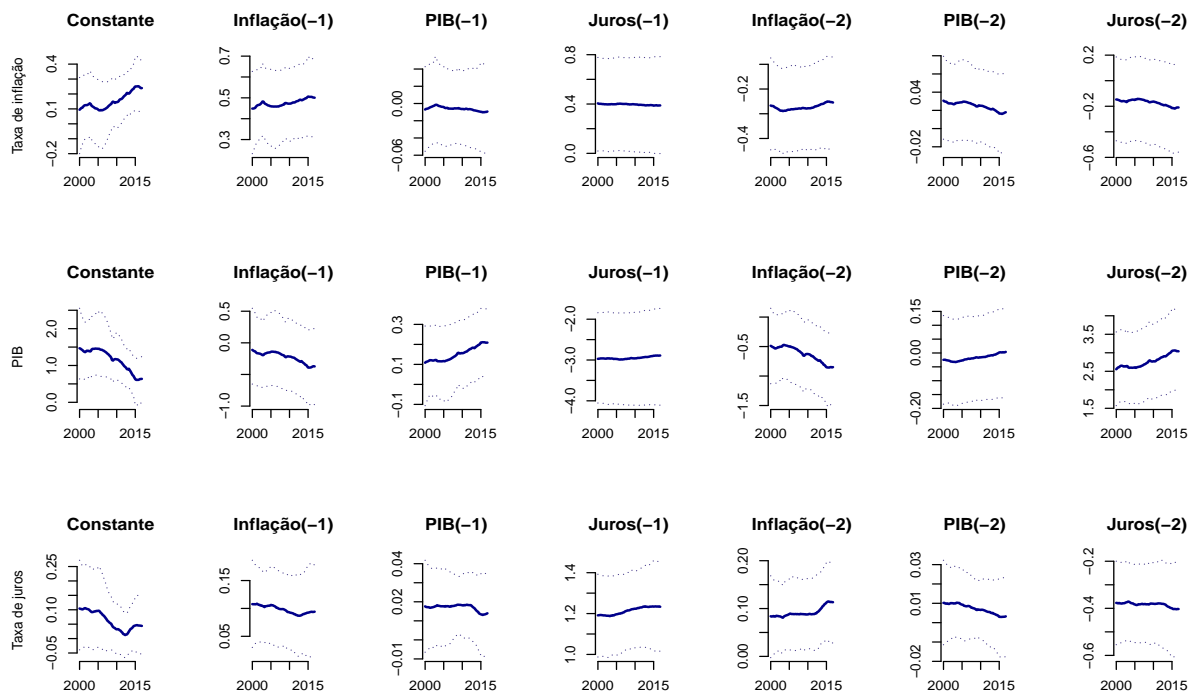


Figura 1: *Parâmetros estimados com o modelo TVP-VAR(SV)*

Nota: Cada linha refere-se a uma equação. Cada coluna apresenta o coeficiente associado ao regressor indicado na figura. As linhas sólidas são a média a posteriori e as linhas pontilhadas representam o intervalo de confiança de 84%.

Evidências adicionais sobre a importância da modelagem da variação do tempo são encontradas na figura 2, que apresenta o desvio padrão dos resíduos. É possível notar que a volatilidade das inovações das variáveis centrais no regime de Metas de Inflação - taxa de inflação e taxa de juros - tornou-se mais estável ao longo da trajetória, sendo mais elevada no início dos anos 2000 e gradualmente declinando ao com o passar do tempo. Entre os anos 2000 e 2003, o patamar mais elevado da volatilidade está ligado ao processo de consolidação da estabilidade macroeconômica ainda em andamento, bem como, choques inesperados associados à crise energética e ao processo eleitoral de 2002, à crise argentina e o aumento do preço do petróleo. Tais fatores contribuíram para aumentar a percepção de risco dos agentes. Após esse período, a volatilidade da taxa de inflação e da taxa de

juros começa a se reduzir consideravelmente, mantendo-se relativamente no mesmo patamar. Em 2015, a volatilidade mostra algum sinal de crescimento o que se mostra coerente com a atual crise econômica brasileira. Quanto ao PIB, nota-se que entre 2005 e 2010 há um aumento da volatilidade o que pode ser associado ao boom das commodities. O pico da volatilidade ocorre em meados de 2008, ligado à crise financeira internacional.

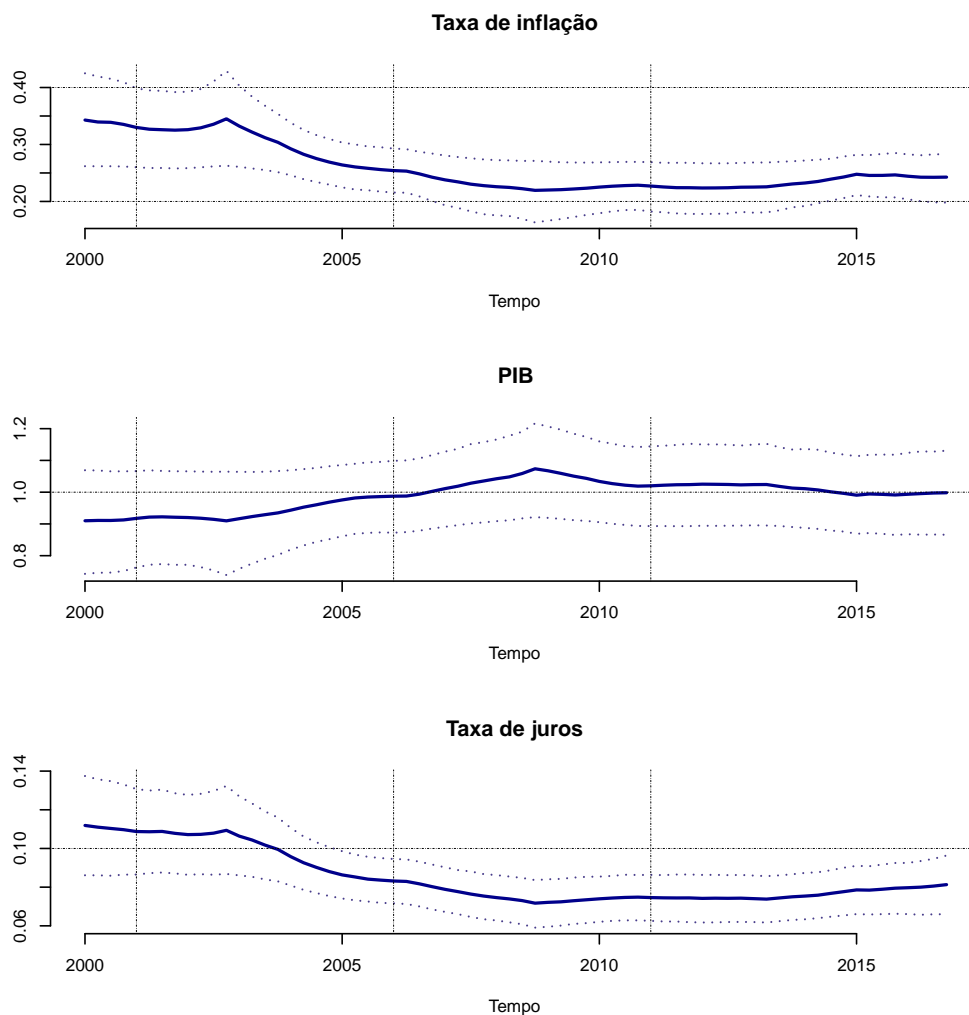


Figura 2: *Volatilidade estocástica estimada com o modelo TVP-VAR-SV*

Nota: As linhas sólidas são a média a posteriori do desvio padrão dos resíduos da equação de cada uma das variáveis indicadas e as linhas pontilhadas representam o intervalo de confiança de 84%.

Concentrando ainda a análise sobre o último vintage disponível, foi realizada a previsão fora da amostra para  $n$  períodos. Nesse caso, o modelo foi estimado utilizando todos os dados com exceção dos  $n$  últimos trimestres. A estimação é realizada para o modelo TVP-VAR(SV) e, também, para o VAR simples (estimado via MQO) como comparação. As previsões são, então, computadas para  $n = 4$  períodos fora da amostra.

A figura 3 mostra o *log score*, que é uma medida da performance da distribuição da previsão, para os dois modelos. Podemos perceber que a distribuição da previsão do modelo TVP-VAR(SV) é mais concentrada, isto é, tem menor variância comparativamente ao modelo VAR simples com parâmetros constantes. No modelo VAR simples a variância é uma média sobre a amostra completa, enquanto no TVP-VAR(SV) a variância pode não ser constante ao longo do tempo.



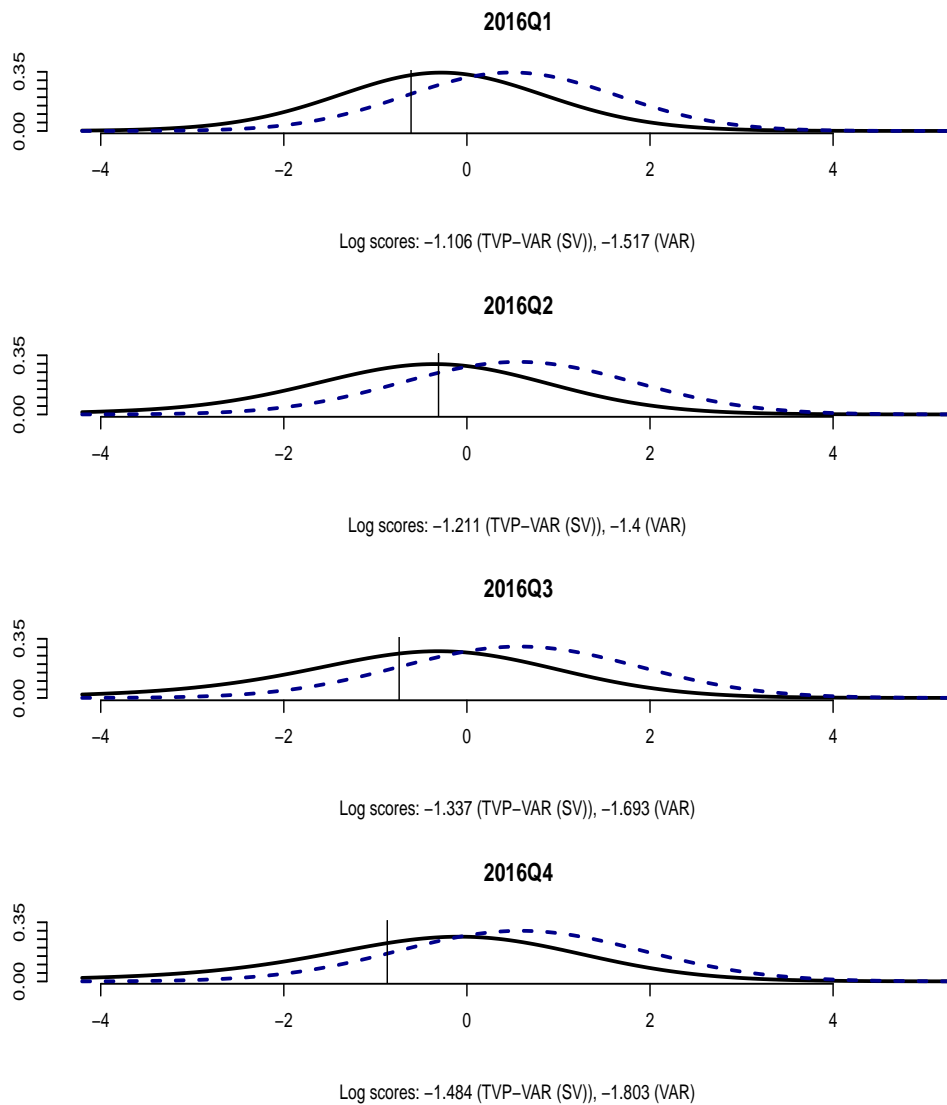


Figura 3: *Log scores para os modelos TVP-VAR-SV e VAR simples.*

Nota: A linha sólida representa o modelo TVP-VAR (SV) e a linha tracejada o modelo VAR simples.

#### 4.1 Aplicação para o exercício de previsão em tempo real

A implementação do exercício de previsão em tempo real segue como descrito na seção 3.1. As previsões são comparadas com os dados vintages realizados *ex-post*. As previsões são avaliadas

através da previsão pontual com foco sobre o Erro Quadrático Médio de Previsão (MSFE) e através da densidade preditiva com base no *log-predictive scores*.

#### 4.1.1 Precisão das previsões: previsão pontual

A tabela 1 apresenta os resultados da previsão em tempo real avaliadas com base no Erro Quadrático Médio de Previsão (MSFE) para as 3 variáveis em análise. Os resultados da tabela 1 referem-se ao MSFE relativo, isto é, a razão entre o MSFE do modelo analisado e o MSFE do modelo benchmark (*random walk*). Quando esse resultado é menor do que um, a previsão do modelo em questão é, em média, mais precisa do que a previsão do benchmark (D'Agostino *et al.*, 2013). A previsão é realizada para o intervalo entre 1 e 4 trimestres.

De forma geral, o modelo com parâmetros variando no tempo e volatilidade estocástica - Primiceri (2005) - apresenta resultados satisfatórios comparativamente aos modelos com inovações homocedásticas. Os dados brasileiros favorecem a inclusão da volatilidade estocástica que parece gerar mais ganhos do que a variação dos coeficientes do VAR. Em linha com os resultados de Chan (2016) para a Austrália, o VAR com coeficientes constantes e volatilidade estocástica apresenta performance semelhante ao modelo de Primiceri (2005). Especialmente para a taxa de inflação e a taxa de juros, a variação da variância dos choques exógenos mostra-se empiricamente importante, considerando a performance do modelo VAR-SV comparativamente aos demais. Por sua vez, para o PIB as mudanças na política monetária parecem exercer um efeito importante juntamente aos choques de volatilidade.

Tabela 1: Precisão das previsões utilizando a previsão pontual: MSFE

h	Variável	RW	REC-AR	REC-VAR	TVP-VAR (SV)	TVP-VAR	VAR-SV
1	PIB	1,52	0,82	0,83	0,688	0,668	0,749
1	Inflação	0,11	1,01	1,15	1,052	1,071	1,070
1	Taxa de juros	0,01	0,99	1,49	0,506	0,552	0,567
2	PIB	2,19	0,67	0,64	0,525	0,528	0,569
2	Inflação	0,23	0,85	0,74	0,747	0,796	0,704
2	Taxa de juros	0,03	1,26	1,46	0,586	0,667	0,583
3	PIB	2,27	0,63	0,62	0,574	0,574	0,621
3	Inflação	0,21	0,85	0,73	0,886	0,799	0,753
3	Taxa de Juros	0,05	1,55	1,39	0,873	0,825	0,827
4	PIB	2,71	0,53	0,54	0,536	0,521	0,566
4	Inflação	0,17	0,97	0,82	1,027	0,855	0,857
4	Taxa de juros	0,07	1,84	1,38	1,078	1,128	1,078

Nota: A tabela apresenta os resultados relativos à precisão das previsões utilizando a previsão pontual. Para o modelo *random walk*(RW) a tabela apresenta o MSFE (*mean square forecast error*). Para os outros modelos é apresentado o RMSFE (*relative mean square forecast error*), isto é, a razão entre o MSFE de um modelo em particular e o MSFE do benchmark (modelo RW).

#### 4.1.2 Precisão das previsões: densidade preditiva

A tabela 2 apresenta o *log predictive* obtido utilizando as densidades de previsão em tempo real. Os resultados referem-se ao *score* relativo entre o modelo TVP-VAR(SV) e o *log score* do modelo indicado, de forma que um número positivo indica que o TVP-VAR(SV) é superior, isto é, que apresenta previsões de densidade mais precisas.

Os resultados encontram-se em linha com os obtidos através do MSFE, apontando uma performance geral satisfatória do modelo TVP-VAR(SV) comparativamente aos outros modelos.

Destaca-se os melhores resultados, especialmente, frente aos modelo RW, REC-AR e REC-VAR.

No caso dos modelos TVP-VAR e VAR-SV, os ganhos aparecem menos perceptíveis. Para a previsão do PIB, os resultados apontam ganhos do modelo TVP-VAR(SV) comparativamente as especificações com coeficientes constantes. Contudo, para a previsão 1 trimestre a frente, o modelo VAR com coeficientes variando no tempo apresentou melhor performance. No caso da inflação e da taxa de juros, os resultados apontam que o VAR com coeficientes constantes e volatilidade estocástica apresenta performance satisfatória. Especialmente para a taxa de juros, o VAR-SV apresenta melhor desempenho em todos os horizontes de previsão comparativamente ao TVP-VAR(SV). Nesse caso, a importância de choques exógenos parece exercer um papel de destaque na trajetória da variável. Assim como na análise da previsão pontual, o modelo de Primiceri (2005) parece acrescentar ganhos substanciais na previsão do PIB quando comparado aos modelos constantes, mas quando é permitido variar os coeficientes (TVP-VAR) e a variância (VAR-SV) do modelo, os resultados mostram-se mais sutis.

Tabela 2: Precisão das previsões utilizando a densidade preditiva: Log-Scores

Horizonte	Variável	RW	REC-AR	REC-VAR	TVP-VAR	VAR-SV
1	PIB	0,29	0,30	0,19	-0,01	0,04
1	Inflação	0,14	0,36	0,25	0,02	0,01
1	Taxa de juros	0,76	1,09	0,87	0,00	-0,03
2	PIB	0,29	0,24	0,18	0,01	0,04
2	Inflação	0,19	0,42	0,19	0,03	0,03
2	Taxa de juros	0,32	1,05	0,77	0,01	-0,04
3	PIB	0,27	0,22	0,15	0,01	0,05
3	Inflação	0,20	0,56	0,24	0,03	0,00
3	Taxa de Juros	0,09	1,00	0,63	0,02	-0,03
4	PIB	0,34	0,21	0,15	0,01	0,05
4	Inflação	0,14	0,65	0,27	0,04	-0,01
4	Taxa de juros	-0,02	0,98	0,52	0,02	-0,04

Nota: A tabela apresenta os resultados relativos à precisão das previsões utilizando a densidade preditiva. Para cada modelo são reportados a média da diferença entre o log score do TVP-VAR(SV) e o log score do referido modelo.

A figura 4 mostra a previsão 2 trimestres a frente da taxa de inflação, PIB e taxa de juros. A área sombreada mostra o intervalo de confiança de 84%, a linha sólida preta representa as séries verdadeiras e a linha sólida azul a média dos valores previstos pelo modelo TVP-VAR(SV). O modelo parece capturar de forma adequada os movimentos das séries e as flutuações. Especialmente para a taxa de juros, o modelo captura as flutuações de maneira bastante acurada. No caso do PIB, os resultados encontram-se dentro do intervalo na maioria dos períodos, exceto a expressiva retração causada pela crise financeira internacional em 2008 e 2009. O resultado para a taxa de inflação também mostra-se satisfatório no geral, capturando as subidas e descidas na série.

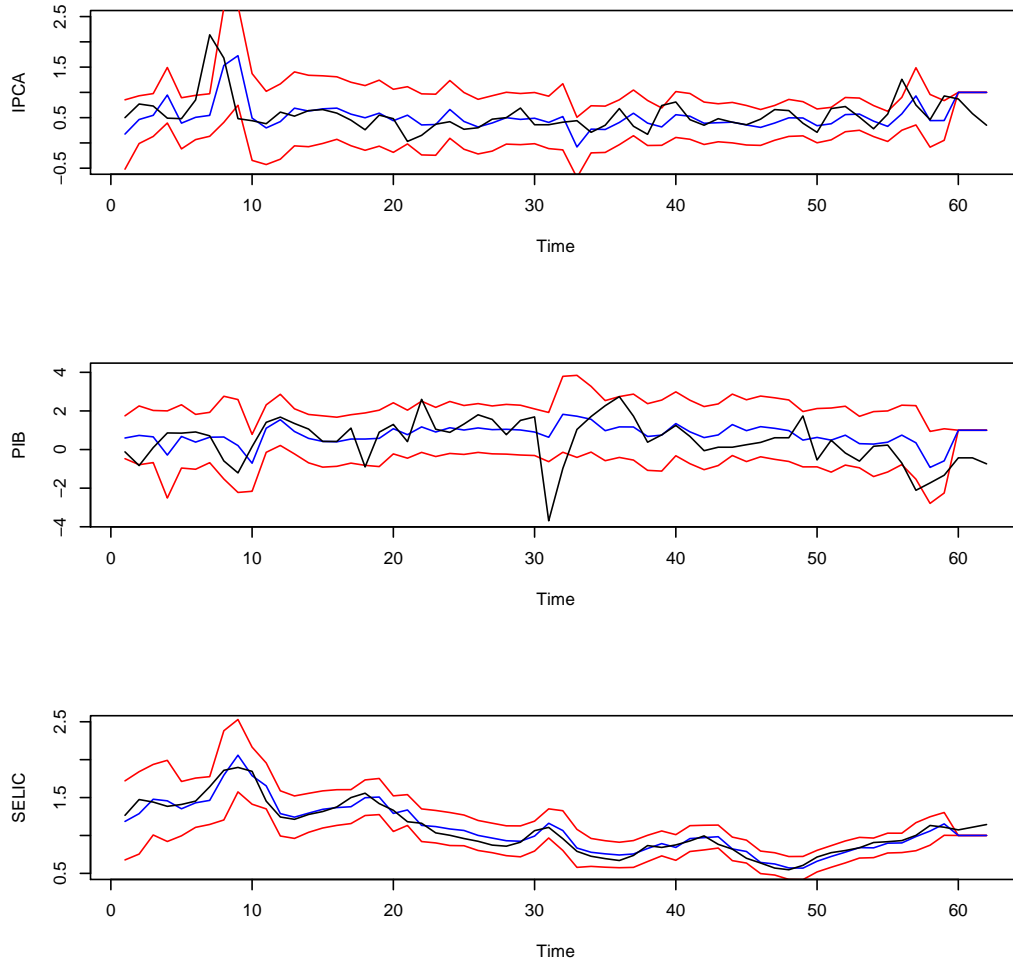


Figura 4: *Previsão 2 trimestres a frente para a taxa de inflação, PIB e taxa de juros.*

Nota: As linhas vermelhas representam o intervalo de confiança de 84%, a linha sólida (preta) representa as séries verdadeiras e a linha sólida azul a média dos valores previstos pelo modelo TVP-VAR(SV).

## 5 Considerações finais

Esse trabalho abordou a previsão fora da amostra para a inflação, PIB e taxa de juros utilizando o modelo VAR com coeficientes variando no tempo e volatilidade estocástica, comparando

a performance de previsão com outros modelos que restringem a variação dos coeficientes. Os resultados indicam que o modelo TVP-VAR(SV) apresenta uma performance geral satisfatória do comparativamente aos outros modelos. Destaca-se os melhores resultados, especialmente, frente aos modelos com coeficientes constantes, quais sejam, RW, REC-AR e REC-VAR. No caso dos modelos TVP-VAR e VAR-SV, os ganhos aparecem menos perceptíveis e os resultados indicam performances satisfatórias também para esses modelos. No caso da inflação e da taxa de juros, os resultados apontam que o VAR com coeficientes constantes e volatilidade estocástica apresenta resultados acurados. Especialmente para a taxa de juros, o VAR-SV apresenta melhor desempenho em todos os horizontes de previsão comparativamente ao TVP-VAR(SV). Nesse caso, a importância de choques exógenos parece exercer um papel de destaque na trajetória da variável. De forma geral, os resultados indicam que quando é permitido variar os coeficientes (TVP-VAR) e a variância (VAR-SV) do modelo, melhora a previsão do modelo, mas torna-se mais difícil encontrar diferenças expressivas em relação ao modelo TVP-VAR(SV), em linha com os resultados de Chan (2016).

De forma geral, os resultados encontrados validam a importância de incluir a mudança estrutural e, especialmente, a possibilidade de choques exógenos ao modelo, sendo importante para a previsão. Além disso, a previsão em tempo real com o modelo TVP-VAR(SV) incorpora o caráter da variação no tempo da economia, como salienta D'Agostino *et al.* (2013).

Os resultados indicam que pesquisas futuras podem avançar na análise da previsão entre modelos alternativos com diferentes especificações para a volatilidade. Além disso, a literatura recente tem trazido novos desenvolvimentos e técnicas de comparação entre modelos que podem ser aprofundadas para o caso brasileiro.

## Referências

- ARRUDA, ELANO FERREIRA, FERREIRA, ROBERTO TATIWA, & CASTELAR, IVAN. 2011. Modelos lineares e não lineares da curva de Phillips para previsão da taxa de inflação no Brasil. *Revista Brasileira de Economia*, **65**(3), 237–252.
- BAÑBURA, MARTA, GIANNONE, DOMENICO, & REICHLIN, LUCREZIA. 2010. Large Bayesian vector auto regressions. *Journal of Applied Econometrics*, **25**(1), 71–92.
- CALDEIRA, JOÃO F, MOURA, GUILHERME V, & SANTOS, ANDRÉ AP. 2015. Previsões macroeconômicas baseadas em modelos TVP-VAR: evidências para o Brasil. *Revista Brasileira de Economia*, **69**(4), 407–428.

- CARLO, THIAGO CARLOMAGNO, & MARÇAL, EMERSON FERNANDES. 2016. Forecasting Brazilian inflation by its aggregate and disaggregated data: a test of predictive power by forecast horizon. *Applied Economics*, **48**(50), 4846–4860.
- CARRIERO, ANDREA, CLEMENTS, MICHAEL P, & GALVÃO, ANA BEATRIZ. 2014. *Forecasting with Bayesian multivariate vintage-based VARs*. Tech. rept. University of Warwick.
- CARRIERO, ANDREA, MUMTAZ, HAROON, & THEOPHILOPOULOU, ANGELIKI. 2015. Macroeconomic information, structural change, and the prediction of fiscal aggregates. *International Journal of Forecasting*, **31**(2), 325–348.
- CARRIERO, ANDREA, CLARK, TODD E, & MARCELLINO, MASSIMILIANO. 2016. Common drifting volatility in large Bayesian VARs. *Journal of Business & Economic Statistics*, **34**(3), 375–390.
- CARTER, CHRIS K, & KOHN, ROBERT. 1994. On Gibbs sampling for state space models. *Biometrika*, **81**(3), 541–553.
- CÉSPEDES, BRISNE JV, CHAUVET, MARCELLE, & LIMA, ELCYON CR. 2006. Forecasting Brazilian output and its turning points in the presence of breaks: a comparison of linear and nonlinear models. *Estudos Econômicos (São Paulo)*, **36**(1), 5–46.
- CHAN, JOSHUA CC. 2016. Specification tests for time-varying parameter models with stochastic volatility. *Econometric Reviews*, 1–17.
- CLARK, TODD E, & RAVAZZOLO, FRANCESCO. 2015. Macroeconomic Forecasting Performance under Alternative Specifications of Time-Varying Volatility. *Journal of Applied Econometrics*, **30**(4), 551–575.
- CLEMENTS, MICHAEL P, & GALVÃO, ANA BEATRIZ. 2013a. Forecasting with vector autoregressive models of data vintages: US output growth and inflation. *International Journal of Forecasting*, **29**(4), 698–714.
- CLEMENTS, MICHAEL P, & GALVÃO, ANA BEATRIZ. 2013b. Real-Time Forecasting Of Inflation And Output Growth With Autoregressive Models In The Presence Of Data Revisions. *Journal of Applied Econometrics*, **28**(3), 458–477.
- COGLEY, TIMOTHY, & SARGENT, THOMAS J. 2001. Evolving post-world war II US inflation dynamics. *NBER macroeconomics annual*, **16**, 331–373.
- CROUSHORE, DEAN. 2006. Forecasting with real-time macroeconomic data. *Handbook of economic forecasting*, **1**, 961–982.
- CROUSHORE, DEAN, & STARK, TOM. 2001. A real-time data set for macroeconomists. *Journal of econometrics*, **105**(1), 111–130.
- CROUSHORE, DEAN D, & STARK, TOM. 2000. A funny thing happened on the way to the data bank: a real-time data set for macroeconomists. *Business Review-Federal Reserve Bank of Philadelphia*, **5**, 15.
- CUSINATO, RAFAEL TIECHER, MINELLA, ANDRÉ, & DA SILVA PÔRTO JÚNIOR, SABINO. 2013. Output gap in Brazil: a real-time data analysis. *Empirical economics*, **44**(3), 1113–1127.



- D'AGOSTINO, ANTONELLO, GAMBETTI, LUCA, & GIANNONE, DOMENICO. 2013. Macroeconomic forecasting and structural change. *Journal of Applied Econometrics*, **28**(1), 82–101.
- DEL NEGRO, MARCO, & PRIMICERI, GIORGIO E. 2015. Time Varying Structural Vector Autoregressions and Monetary Policy: A Corrigendum. *The Review of Economic Studies*, **82**(4), 1342–1345.
- FERREIRA, DIEGO, & PALMA, ANDREZA APARECIDA. 2015. Forecasting inflation with the Phillips curve: A dynamic model averaging approach for Brazil. *Revista Brasileira de Economia*, **69**(4), 451–465.
- FERREIRA, ROBERTO TATIWA, DE MELO CASTELAR, LUIZ IVAN, *et al.* 2005. Forecasting quarterly Brazilian GDP growth rate with linear and nonlinear diffusion index models. *Revista Economía*, **6**(3), 261–292.
- GRIGOLI, FRANCESCO, HERMAN, ALEXANDER, SWISTON, ANDREW, & DI BELLA, GABRIEL. 2015. *Output Gap Uncertainty and Real-Time Monetary Policy*. Tech. rept. International Monetary Fund.
- KIM, SANGJOON, SHEPHARD, NEIL, & CHIB, SIDDHARTHA. 1998. Stochastic volatility: likelihood inference and comparison with ARCH models. *The review of economic studies*, **65**(3), 361–393.
- KISHOR, N KUNDAN, & KOENIG, EVAN F. 2012. VAR estimation and forecasting when data are subject to revision. *Journal of Business & Economic Statistics*, **30**(2), 181–190.
- KOOP, GARY, & KOROBILIS, DIMITRIS. 2013. Large time-varying parameter VARs. *Journal of Econometrics*, **177**(2), 185–198.
- KOOP, GARY M. 2013. Forecasting with medium and large Bayesian VARs. *Journal of Applied Econometrics*, **28**(2), 177–203.
- ORPHANIDES, ATHANASIOS. 2001. Monetary policy rules based on real-time data. *American Economic Review*, **91**(4), 964–985.
- PRIMICERI, GIORGIO E. 2005. Time varying structural vector autoregressions and monetary policy. *The Review of Economic Studies*, **72**(3), 821–852.
- SIMS, CHRISTOPHER A. 1980. Macroeconomics and Reality. *Econometrica*, **48**(1), 1–48.
- SIMS, CHRISTOPHER A, & ZHA, TAO. 2006. Were there regime switches in US monetary policy? *The American Economic Review*, **96**(1), 54–81.
- STARK, TOM, & CROUSHORE, DEAN. 2002. Forecasting with a real-time data set for macroeconomists. *Journal of Macroeconomics*, **24**(4), 507–531.